Universidad Autónoma de Querétaro

Guía de Lógica para Curso Propedéutico de la Facultad de Química 2018

Contenido

CALENDARIO DE ACTIVIDADES

SESIONES		FECHA
NÚMERO	**NOMBRE**	
I	Conceptos básicos. Definiciones.	03 de febrero
II y III	Conectivos lógicos. Tablas de verdad.	10 y 17 de febrero
IV y V	Reglas de la lógica proposicional. Inferencias y equivalencias.	3 y 10 de marzo
VI	Falacias formales y la prueba de invalidez.	17 de marzo
VII	Falacias informales.	24 de marzo
VIII	Lógica categórica y de predicados.	14 de abril
IX	Sesión de Repaso.	21 de abril
X	Examen final	28 de abril

Sesión I: **Conceptos básicos.**

Fragmentos del libro: “Introducción a la Lógica”. Irving M. Copi; Carl Cohen. México. Limusa, 2007.

¿Qué es la lógica?

La lógica es el estudio de los métodos y principios que se usan para distinguir el razonamiento bueno (correcto) del malo (incorrecto). Esta definición no implica que sólo el estudiante de lógica pueda razonar bien o correctamente. Pensar así es tan erróneo como creer que para correr bien se requiere estudiar la física y la fisiología asociadas con esa actividad. Algunos atletas excelentes ignoran por completo los procesos complejos que tienen lugar en el interior de su cuerpo cuando están compitiendo. Sobra decir que los viejos profesores que saben mucho al respecto no se atreverían a incursionar en el terreno atlético. Aun con el mismo aparato nervioso y muscular básico, la persona que posee tales conocimientos no puede sobrepasar al "atleta natural".

Pero dada la misma inteligencia nata, es más probable que una persona que ha estudiado lógica razone correctamente y menos probable que así razone una persona que nunca ha reflexionado acerca de los principios generales involucrados en esa actividad. Hay varias razones que explican esto. Primera, el estudio apropiado de la lógica la entenderá lo mismo como un arte que como una ciencia, y el estudiante se ejercitará en cada una de las partes de la teoría que está aprendiendo. En este como en cualquier otro caso, la práctica llevará al perfeccionamiento. Segunda, una parte tradicional del estudio de la lógica ha sido el examen y el análisis de las falacias, que son errores muy frecuentes y "naturales" del razonamiento. Esta parte del tema proporciona una visión más cabal acerca de los principios del razonamiento en general y de que la familiaridad con esas trampas nos ayuda a evitar caer en ellas. Por último, el estudio de la lógica proporcionará a los estudiantes técnicas y métodos para verificar la corrección de muchos tipos diferentes de razonamiento, incluyendo el suyo propio; y cuando los errores se pueden detectar fácilmente, es menos probable que perduren.

En ocasiones, la apelación a las emociones es un recurso eficaz. Pero la apelación a la razón es más efectiva a la larga y se puede verificar y evaluar mediante criterios que definen la corrección de un argumento. Si estos criterios no se conocen, entonces no se pueden aplicar. El estudio de la lógica ayuda a descubrir y utilizar estos criterios de corrección de argumentos que pueden usarse.

Frecuentemente, se ha definido a la lógica como la ciencia de las leyes del pensamiento. Pero esta definición, aunque proporciona una clave para comprender la naturaleza de la lógica, no es apropiada. En primer lugar, el pensamiento es estudiado por los psicólogos. La lógica no puede ser "la" ciencia de las leyes del pensamiento porque la psicología también es una ciencia que trata de las leyes del pensamiento (entre otras cosas). Y la lógica no es una rama de la psicología; es un campo de estudio diferente e independiente.

En segundo lugar, si "pensamiento" se refiere a cualquier proceso que tiene lugar en la mente de las personas, no todos los pensamientos son objeto de estudio de los lógicos. Todo razonamiento es un pensamiento, pero no todo pensamiento es razonamiento. Así, uno puede pensar en un número del uno al diez, como sucede en un juego de salón, sin hacer "razonamiento" alguno acerca de él. Hay varios procesos mentales o tipos de pensamiento que son diferentes del razonamiento. Uno puede recordar algo, imaginarlo o lamentarse de él, sin hacer razonamiento alguno en torno a ello. O puede dejar que los pensamientos "sigan su curso" en un ensueño o en una fantasía, haciendo lo que los psicólogos llaman asociación libre, en la cual una imagen reemplaza a otra en un orden que no es lógico. La secuencia de pensamientos en esa asociación libre frecuentemente tiene mucho significado y algunas técnicas psiquiátricas recurren a ella. El conocimiento que se logra del carácter de una persona al internarse en el curso de su flujo de ideas es la base de una técnica literaria muy eficaz iniciada por James Joyce en su novela Ulises. Por el contrario, si de antemano se conoce bien el carácter de una persona es posible reconstruir, o aun anticipar, el curso del flujo de ideas de esa persona. Sherlock Holmes, recordemos, acostumbraba romper los silencios de su amigo Watson para responder la misma pregunta a la que el doctor Watson se había visto "llevado" en sus meditaciones. Esto parece mostrarnos que hay algunas leyes que gobiernan la ensoñación, pero éstas no son objeto de estudio de los lógicos. Las leyes que describen el curso de la mente en el sueño son psicológicas, no lógicas. La definición de la "lógica" como la ciencia de las leyes del pensamiento, la presenta como incluyendo demasiado.

A veces se define a la lógica como la ciencia del razonamiento. Esta definición es mucho mejor, pero también resulta inapropiada. El razonamiento es una forma especial de pensamiento en la cual se resuelven problemas, se realizan inferencias, esto es, se extraen conclusiones a partir de premisas. Es un tipo de pensamiento, sin embargo, y por lo tanto, forma parte de los temas que interesan al psicólogo. Tal como los psicólogos examinan el proceso de razonamiento, encuentran que es extremadamente complejo, altamente emotivo, consistente de procedimientos de ensayo y error iluminados por momentos súbitos, y en ocasiones en apariencia irrelevantes, de comprensión o intuición. Estos destellos son muy importantes para la psicología.

El lógico, empero, está interesado esencialmente en la corrección del proceso completo de razonamiento. El lógico pregunta: ¿Tiene solución el problema?, ¿se sigue la conclusión de las premisas que se han afirmado o supuesto?, ¿las premisas proporcionan buenas razones para aceptar la conclusión? Si el problema queda resuelto, si las premisas proporcionan las bases adecuadas para afirmar la conclusión, si afirmar las premisas constituye una verdadera garantía para afirmar la verdad de la conclusión, entonces el razonamiento es correcto. De lo contrario, es incorrecto.

Esta distinción entre el razonamiento correcto e incorrecto es el problema central con el que trata la lógica. Los métodos y técnicas del lógico se han desarrollado con el propósito fundamental de aclarar esta distinción. Todo razonamiento (independientemente de su objeto) es de interés para el lógico, pero fijando su atención especialmente en la corrección como punto central de la lógica.

Premisas y conclusiones

Para aclarar la explicación de la lógica que se ofreció en la sección anterior, será útil enunciar y discutir algunos de los términos especiales que usan los lógicos en su trabajo. Inferencia es el proceso por el cual se llega a una proposición y se afirma sobre la base de una o más proposiciones aceptadas como punto inicial del proceso. Para determinar si una inferencia es correcta, el lógico examina las proposiciones que constituyen los puntos inicial y final de este proceso, así como las relaciones que existen entre ellos. Las proposiciones son o verdaderas o falsas, y en esto difieren de las preguntas, órdenes y exclamaciones. Solamente las proposiciones se pueden a firmar o negar; las preguntas se pueden responder, las órdenes se pueden dar y las exclamaciones pueden pronunciarse, pero ninguna de ellas se puede afirmar, negar o juzgarse como verdadera o falsa.

Es usual distinguir entre las oraciones y las proposiciones que expresan. Dos oraciones, que son claramente distintas porque constan de diferentes palabras ordenadas en distintas formas, pueden en el mismo contexto tener el mismo significado y emplearse para afirmar la misma proposición. Por ejemplo,

Juan ama a María.
María es amada por Juan.

son dos oraciones diferentes, porque la primera contiene cuatro palabras mientras que la segunda contiene cinco; la primera comienza con la palabra "Juan", la segunda con "María", y así sucesivamente. Pero las dos oraciones tienen exactamente el mismo significado. Usamos el término proposición para referimos al contenido que ambas oraciones afirman.

La diferencia entre oraciones y proposiciones puede entenderse mejor si se hace notar que una oración es siempre oración de un lenguaje particular, del lenguaje en el cual se emite, mientras que las proposiciones no son propias de ningún lenguaje. Las cuatro oraciones:

It is raining.

Está lloviendo.
Il pleut.
Es regnet.

ciertamente son diferentes, porque están escritas en lenguajes diferentes: inglés, español, francés y alemán, pero tienen el mismo significado, y en un contexto apropiado se pueden usar para afirmar la proposición de la cual cada una es una formulación distinta.

En diferentes contextos puede emitirse exactamente la misma proposición para establecer diferentes *enunciados*. Por ejemplo, uno puede emitir la oración:

El actual presidente de Estados Unidos es un ex congresista.

que en 1990 corresponde a un enunciado verdadero acerca de George Bush, mientras que en 1987 corresponde a un enunciado falso sobre Ronald Reagan. En esos contextos temporales diferentes, se puede emitir dicha oración para afirmar diferentes proposiciones o establecer diferentes enunciados. Los términos "proposición" y "enunciado" no son exactamente sinónimos, pero en el contexto de la investigación lógica se usan en un sentido muy parecido. Algunos autores prefieren el término "enunciado" al de "proposición", si bien este último ha sido más común en la historia de la lógica. En esta obra se usarán ambos términos.

En correspondencia con cada inferencia posible hay un *argumento*, y el principal interés de los lógicos concierne a los argumentos. Desde el punto de vista del lógico, un argumento es cualquier conjunto de proposiciones de las cuales se dice que una se sigue de las otras, que pretenden apoyar o fundamentar s u verdad. Por supuesto, la palabra "argumento" se usa frecuentemente en otros sentidos, pero en lógica tiene el sentido que se ha explicado.

Un argumento, en el sentido lógico, no es una mera colección de proposiciones, sino que tiene una estructura. Al describir esta estructura, suelen usarse los términos "premisa" y "conclusión". La conclusión de un argumento es la proposición que se afirma con base en las otras proposiciones del argumento, y estas otras proposiciones, que son afirmadas (o supuestas) como apoyo o razones para aceptar la conclusión, son las premisas de ese argumento.

El tipo más simple de argumento consiste sólo de una premisa y una conclusión, que se dice está implicada por, o se sigue de, la primera. Un ejemplo en el que cada una de ellas se enuncia en una oración independiente es el siguiente:

> *Estados Unidos es en lo fundamental un importador de energéticos. Por tanto, hay una certeza matemática de que la nación en su totalidad mejora, no empeora, con la baja de los precios del petróleo.*

Aquí se enuncia primero la premisa y luego la conclusión. Pero el orden en el que son enunciadas no es importante desde el punto de vista lógico. Un argumento en el que la conclusión se enuncia en la primera oración y la premisa en la segunda es:

> *Los casos que provocan escándalos, así como los difíciles, perjudican la aplicación de la ley. Los casos escandalosos se llaman así a causa de algún accidente de interés inmediato o sobresaliente que apela a los sentimientos y distorsiona la capacidad de apreciación de los jueces.*

En algunos argumentos, la premisa y la conclusión se enuncian en la misma oración. El siguiente es un argumento de una sola oración cuya premisa precede a su conclusión:

> *Como las sensaciones son esencialmente privadas, no podemos saber cómo es el mundo para otras personas.*

En ocasiones, la conclusión precede a la premisa en un argumento de una sola oración, como en el siguiente ejemplo:

> *Enfriar los átomos equivale a retardar su movimiento, puesto que la temperatura es una medida de qué tan rápido se están moviendo los átomos o las moléculas (el cero absoluto es la inmovilidad total).*

Cuando se ofrecen razones en un esfuerzo por persuadirnos a realizar una acción determinada, se nos presenta algo, que es, en efecto, un argumento aun cuando la "conclusión" se pueda expresar como una orden o un imperativo. Consideremos, por ejemplo, los siguientes dos pasajes:

> *La sabiduría es lo principal; por tanto, hay que buscar la sabiduría.*

y

> *No hay que prestar ni pedir prestado; porque al hacerlo pierde uno mismo y pierde también a su amigo.*

Aquí la orden puede igualmente preceder o seguir a la razón o razones ofrecidas para persuadir al oyente o lector de hacer lo que se ordena. Por razones de uniformidad y simplicidad, es útil considerar las órdenes, en estos contextos, de forma indistinguible de las proposiciones en las que los oyentes (o lectores) reciben el mensaje de que d e b e n o debería n actuar de determinada forma. La diferencia exacta que existe, si es que realmente la hay, entre una orden de hacer tal o cual cosa y el enunciado de que se debe hacer tal o cual cosa es un intrincado problema que no necesitamos explorar aquí. Ignorando la diferencia (si es que existe realmente) somos capaces de reconocer ambos tipos de argumentos como grupos estructurados de proposiciones.

Algunos argumentos ofrecen varias premisas en apoyo a sus conclusiones. Ocasionalmente, estas premisas se enumeran como primera, segunda, tercera, o a), b), c), como en el siguiente argumento en el cual el enunciado de la conclusión precede a los enunciados de las premisas:

> *Decir que los enunciados acerca de la conciencia son enunciados sobre procesos cerebrales es una falsedad manifiesta. Esto se muestra a) por el hecho de que uno puede describir las propias sensaciones e imágenes mentales sin saber nada acerca de los procesos cerebrales, ni siquiera de que existen, b) por el hecho de que los enunciados acerca de la propia conciencia y los enunciados acerca de los propios procesos cerebrales se verifican de maneras completamente distintas, y c) por el hecho de que no hay nada contradictorio en el enunciado "X siente un dolor pero no tiene ningún problema en el cerebro".*

En el siguiente argumento la conclusión se enuncia al final, precedida por tres premisas:

> *Puesto que la felicidad consiste en la paz. de la mente y puesto que la paz mental perdurable depende de la confianza que tengamos en el futuro y la confianza se basa en el conocimiento que tenemos de la naturaleza de Dios y del alma, se sigue que la ciencia es necesaria para la verdadera felicidad.*

Saber contar las premisas de un argumento no es tan importante en esta etapa de nuestro estudio, pero adquirirá importancia más adelante a medida que avancemos en el análisis y la diagramación de argumentos más complicados. Para listar las premisas del argumento precedente, no podemos apelar simplemente al número de oraciones en las que están escritas. Si estuvieran todas ellas en una misma oración, no por ello deberíamos negar su multiplicidad.

Debemos notar que "premisa" y "conclusión" son términos relativos: una y la misma proposición puede ser una premisa en un argumento y una conclusión en otro. Consideremos, por ejemplo, el argumento:

> *Las leyes humanas son apropiadas para la gran mayoría de los seres humanos. La mayoría de las personas no son perfectamente virtuosas. Por lo tanto, las leyes humanas no prohíben todos los vicios.*

Aquí, la proposición de que *las leyes humanas no prohíben todos los vicios* es la conclusión y las dos proposiciones anteriores son sus premisas. Pero la conclusión de este argumento es una premisa en el siguiente argumento (diferente):

> ...los actos viciosos son contrarios a los actos virtuosos. Pero las leyes humanas no prohíben todos los vicios, ... Por lo tanto, tampoco prescriben todos los actos virtuosos.

Ninguna proposición por sí misma, considerada en forma aislada, es una premisa ni una conclusión. Es una premisa solamente cuando aparece como supuesto de un argumento. Es una conclusión solamente cuando aparece en un argumento y pretende fundamentarse en otras proposiciones del argumento. Así, "premisa" y "conclusión" son términos relativos, como "empleador" y "empleado". Una persona en sí misma no es empleador ni empleado, pero puede ser cualquiera de las dos cosas en diferentes contextos: empleador de nuestro jardinero, empleado de la firma para la que uno trabaja.

Los argumentos precedentes o bien tienen sus premisas seguidas de su conclusión, o a la inversa. Pero la conclusión de un argumento no necesita enunciarse como su parte final o al principio del mismo. Puede suceder, y frecuentemente sucede, que se halle en medio de diferentes premisas que se ofrecen en su apoyo. Este arreglo se ilustra como sigue:

> Puesto que la libertad y el bienestar son las condiciones necesarias de la acción y en general de la acción exitosa, cada agente debe reconocer estas condiciones como bienes necesarios para sí mismo, puesto que sin ellas no sería capaz de actuar para conseguir un propósito determinado, sea en absoluto o con las oportunidades generales de lograr el éxito.

Aquí la conclusión de que cada agente debe reconocer estas condiciones como bienes necesarios para sí mismo se afirma sobre la base de las proposiciones que la preceden y de las que la siguen.

Para cumplir la meta del lógico de distinguir los argumentos buenos de los malos, uno debe ser capaz de reconocer los argumentos cuando ocurren y de identificar sus premisas y conclusiones. Dado un pasaje que contiene un argumento, ¿cómo puede uno decir cuál es su conclusión y cuáles sus premisas? Hemos visto ya que un argumento se puede enunciar poniendo primero su conclusión, colocándola al final o en medio de varias premisas. Por tanto, la conclusión de un argumento no se puede identificar en términos de su posición en la formulación del argumento. Entonces, ¿cómo se puede reconocer? A veces, por la presencia de palabras especiales que aparecen en diferentes partes de un argumento. Algunas palabras o frases sirven de manera característica para introducir la conclusión de un argumento.

Llamaremos "indicadores de la conclusión" a tales expresiones. La presencia de cualquiera de ellas señala frecuentemente, pero no siempre, que lo que sigue es la conclusión de un argumento. Esta es una lista parcial de *indicadores de conclusión*:

por lo tanto
de ahí que
así correspondientemente
en consecuencia
consecuentemente
lo cual prueba que
como resultado
por esta razón
por estas razones
se sigue que
podemos inferir que
concluyo que
lo cual muestra que
lo cual significa que
lo cual implica que
lo cual nos permite inferir que
lo cual apunta hacia la conclusión de que

Otras palabras o frases sirven de manera característica para señalar premisas de un argumento. Llamaremos a tales expresiones "indicadores de premisas". La presencia de cualquiera de ellas señala frecuentemente, pero no siempre, que lo que sigue es la premisa de un argumento. Esta es una lista parcial de *indicadores de premisas*:

puesto que
dado que
a causa de
porque
pues
se sigue de
como muestra
como es indicado por
la razón es que
por las siguientes razones
se puede inferir de
se puede derivar de
se puede deducir de
en vista de que

Deducción e inducción

Tradicionalmente, los argumentos se dividen en dos tipos diferentes, deductivos e inductivos. Cada argumento supone la afirmación (como se ha dicho antes) de que sus premisas proporcionan razones o fundamentos para establecer la verdad de su conclusión; pero solamente un argumento deductivo tiene la pretensión de que sus premisas proporcionan fundamentos concluyentes para su conclusión. Cuando el razonamiento en un argumento deductivo es correcto, le llamamos un argumento válido, cuando el razonamiento de un argumento deductivo es incorrecto, le llamamos inválido.

Podemos, por tanto, definir la validez como sigue: un argumento deductivo es válido cuando sus premisas, de ser verdaderas, proporcionan bases concluyentes para la verdad de su conclusión. En un argumento deductivo (pero no en uno inductivo), las premisas y la conclusión están relacionadas de tal modo que es absolutamente imposible que las premisas sean verdaderas a menos que la conclusión también lo sea.

En todo argumento deductivo, o bien las premisas apoyan realmente a la conclusión, de manera concluyente o definitiva, o no logran este apoyo. Por tanto, cada argumento deductivo es o bien válido o inválido. Este es un punto de cierta importancia: si un argumento deductivo no es válido, debe ser inválido; "inválido" no se aplica a los argumentos inductivos, para los cuales son necesarios otros términos de evaluación.

En el ámbito de la lógica deductiva, la labor central consiste en clarificar la relación entre las premisas y la conclusión en los argumentos válidos y poder así discriminar los argumentos válidos de los inválidos. La teoría de la deducción, incluyendo tanto la lógica tradicional como la simbólica, es el tema central de la segunda parte de este libro.

Un argumento inductivo tiene una pretensión muy diferente: no que sus premisas sean fundamentos para la verdad de su conclusión, sino solamente que sus premisas proporcionen cierto apoyo a su conclusión. Los argumentos inductivos, por tanto, no pueden ser "válidos" o "inválidos" en el sentido en que estos términos se aplican a los argumentos deductivos. Por supuesto, los argumentos inductivos pueden ser evaluados como mejores o peores, de acuerdo con el grado de apoyo que proporcionan sus premisas a sus conclusiones. Así pues, mientras mayor sea la probabilidad o verosimilitud que sus premisas confieran a la conclusión, mayor será el mérito de un argumento inductivo. Pero esa probabilidad, aun cuando las premisas sean todas verdaderas, está bastante lejos de la certeza.

Actividad **Sesión I.**

Identifica en la lectura del apartado anterior los siguientes conceptos, los que falten investígalos por tu cuenta:

Proposición molecular	Argumento	Inducción
Proposición atómica	Axioma	Deducción
Premisa	Principio	Tautología
Conclusión	Método	Contradicción.
	Teoría	Lógica

Identifica de los siguientes enunciados aquellos que son proposiciones y aquellos que no lo son. Recuerda que una proposición es un enunciado que puede tener valor de verdad.

1. Prepara la cena
2. Azul es un color y el amarillo no lo es
3. ¿Siempre que hay alguien equivocado otra persona que le hace ver su error?
4. El KCN tiene un olor como el de las almendras amargas, pero no todos pueden percibirlo porque la capacidad para ello se debe a un rasgo genético.
5. La lógica se preocupa de las proposiciones; y estudia las formas válidas según las cuales a partir de la verdad o falsedad de una o varias proposiciones se pueda argumentar o inferir la verdad o falsedad de otras.

Marca las conclusiones en los siguientes pasajes, cada uno de los cuales sólo contiene un argumento. Apóyate de la pregunta ¿Qué se intenta justificar?

1. Pero el precio de los combustibles fósiles y nucleares es sólo una pequeña fracción de su costo total. La sociedad paga el otro costo del deterioro a la salud y a la propiedad, de los contaminantes esparcidos en los océanos y en los ríos y playas, de la lluvia ácida, de los peces muertos o envenenados y de la miseria humana. - MOSES CAMMER, "La energía solar resultaría más barata", The New York Times, 12 de Julio de 1988, p. 28

2. Es difícil sostener que la astrología occidental debe ser verdadera debido a que cuenta con una larga tradición tras de sí, porque las astrologías china e hindú cuentan también con largas tradiciones. Si una es correcta, las otras están equivocadas. - MARTIN GARDNER, "Viendo las estrellas", The New York Review of Books, 30 de junio de 1988, p. 4

3. La prueba de presencia de prejuicios mostró que otro examen, la prueba de aptitud escolar, que la mayoría de los colegios usan como medida para ver a cuáles estudiantes de secundaria admiten, se basaba en un prejuicio contra las mujeres, mostrando además que ellas obtenían un promedio más bajo en esta prueba como grupo, aun cuando obtuviesen mejores calificaciones que los hombres. - LEE A. DANIELS, "Acusación de prejuicio de grupo en las pruebas de desempeño escolar", The New York Times, 29 de junio de 1 988, p. 25

4. Mentir es parte del desarrollo normal, lo mismo que decir la verdad. La habilidad para mentir es un logro humano, una de esas habilidades que nos colocan aparte de las demás especies. -ARNOLD GOLDBERG, "Mentiras: ¿desórdenes mentales o parte del crecimiento normal?" The New York Times, 17 de mayo de 1 988, p. 19

5. La luz que vemos proveniente de las galaxias distantes salió de ellas hace millones de años, y en el caso del objeto más distante que hemos visto, la luz surgió desde hace ocho mil millones de años. Así pues, cuando observamos el universo, lo estamos viendo como fue en el pasado. - STEPHEN H. HAWKING, Breve historia del tiempo: del big bang a los hoyos negros, Bantam Books, Toronto, 1 988, p. 28

6. ...las tecnologías avanzadas aplicadas en las supercomputadoras tienden a penetrar rápidamente en toda la industria de la computación. De modo que la nación que lleva la delantera en el desarrollo de supercomputadoras tiende a tener una gran ventaja sobre otros países en la producción de computadoras más poderosas y más lucrativas. - DWIGHT B. DAVIS, "Supercomputadoras: un imperativo estratégico", High Tech nology, mayo de 1 984, p. 44

7. Prohibido juzgar, porque todos somos pecadores. - WILLIAM SHAKESPEARE, Enrique IV, Parte III, III

8. El pensamiento es una función del alma inmortal del hombre. Dios ha dado un alma inmortal a cada hombre y mujer, pero no a otros animales o a las máquinas. Por lo tanto, ninguna máquina o animal puede pensar.

9. Los hombres nacidos en la pobreza son más proclives a cometer crímenes en su madurez y adolescencia que los más privilegiados. Así, un gran crecimiento repentino en los nacimientos en las familias pobres puede previsiblemente producir una elevación de la tasa de criminalidad 15 ó 20 años después. - DAVID E. BLOOM y NEIL G. BENNEIT, "El shock del futuro", The New Republic, 19 de junio de 1 989, p. 18

10. Aunque es un juego de origen escocés, el golf se ha convertido en un pasatiempo innegablemente americano. Se calcula que 21 .7 millones de americanos son golfistas y, de

acuerdo con la National Golf Foundation, 8 millones más estarán jugando golf hacia el año 2000. - "Leonardo of the Links", New York Times Magazine, 13 de noviembre de 1988, p. 50

11. Puesto que los ingresos individuales siguen naturalmente una pauta oscilante a lo largo de la vida -bajos durante la juventud, para llegar a su punto máximo exactamente antes del retiro, y luego volver a reducirse- siempre habrá un "nivel natural" de desigualdad de ingresos en cualquier momento, así sea solamente por la distribución de acuerdo con las edades. - MARK ULLA, "¿Por qué es tan engañosa la 'distribución del ingreso'?", The Public Interest, Núm. 77, otoño de 1984, p. 63

12. Los proyectiles son más fáciles de defender que las ciudades por dos razones: primero, las plataformas de lanzamiento de proyectiles son pequeñas y fuertes mientras que las ciudades son grandes y vulnerables; segundo, una defensa de una plataforma de lanzamiento se considera exitosa si logra salvar la mitad de los proyectiles, mientras que en la defensa de las ciudades hay que tratar de salvarlas todas. - FREEMAN DYSON "Reflexiones: armas y esperanza ", The New Yorker, 13 de febrero de 1984, p. 103

13. El perjuicio peculiar que se causa al silenciar la expresión de una opinión es el de un robo contra la raza humana; contra la posteridad al igual que contra la generación existente; contra los que disienten de la opinión, aún más contra los que la aceptan. Si la opinión es correcta, se les priva de la oportunidad de cambiar el error por la verdad; si es errónea, pierden un beneficio casi igual, la percepción más clara y viva de la verdad, producida por su contraste con el error. - JOHN STUART MILL, "Sobre la libertad" (1859), en Essential Works of John Stuart Mill, Max Lerner, ed. Bantam Books, Inc., Nueva York, 1961, p. 269

14. Es difícil saber medir el dolor que sienten los animales, porque el dolor es subjetivo y los animales no pueden hablar. - "The Ethics of Animal Testing", The Economist, 7 de abril de 1984, p. 87

15. Cualquier intento de basar los principios lógicos en algo más básico, ya sea nuestro sistema de reglas contingentes para usar el lenguaje o en cualquier otra cosa, es contraproducente. Porque el intento consiste en deducir conclusiones de premisas y para que la deducción sea posible, se presupone la validez de las leyes lógicas. - DAVID MITCHELL, Introducción a la lógica, Hutchinson University Library, Londres, 1962, p. 134

Sesión II y III. **Conectivos lógicos**.

Fragmentos de los libros: “Introducción a la Lógica”. Irving M. Copi; Carl Cohen. México. Limusa, 2007. “Introducción a la Lógica Matemática” P. Suppes, S. Hill. Otras fuentes electrónicas y fragmentos originales.

El valor de los símbolos especiales

Los argumentos que se presentan en español o en cualquier otro lenguaje natural a menudo son difíciles de evaluar debido a la naturaleza vaga y equívoca de las palabras que se usan, la ambigüedad de su construcción, los confundentes giros idiomáticos que pueden contener, su estilo potencialmente confundente y la distracción debida al significado emotivo que puedan expresar. Aun después de eliminar estas dificultades, todavía permanece el problema de determinar la validez o invalidez del argumento. Para evitar estas dificultades periféricas, es conveniente establecer un lenguaje simbólico artificial, libre de esos defectos, en el cual se puedan formular y enunciar los argumentos.

El uso de una notación lógica especial no es peculiar de la lógica moderna. Aristóteles, el antiguo fundador de esta disciplina, usó variables para facilitar su propio trabajo. Aunque la diferencia en este aspecto entre la lógica moderna y la clásica no es sino de grado, esta diferencia es enorme. La mayor medida en la cual la lógica moderna ha desarrollado su propio lenguaje técnico la ha hecho una herramienta inmensamente más poderosa para el análisis y la deducción. Los símbolos especiales de la lógica moderna nos exhiben con mayor claridad las estructuras lógicas de las proposiciones y argumentos cuyas formas pueden ser oscurecidas por las dificultades que presenta el lenguaje ordinario.

Un valor adicional de los símbolos especiales de la lógica es la ayuda que proporcionan en el uso actual y la manipulación de enunciados y de argumentos. Aquí, la situación es comparable a la que se consiguió con el reemplazo de los números romanos por la notación arábiga. Todos nosotros sabemos que los numerales arábigos son más claros y fáciles de comprender que los viejos números romanos a los que desplazaron. Pero la superioridad real de los numerales arábigos se revela solamente en el cálculo. Cualquier estudiante puede fácilmente multiplicar 113 por 9. Pero multiplicar CXIII por IX es una labor más difícil y la dificultad se incrementa a medida que se consideran números mayores y mayores. De igual manera, la extracción de inferencias y la evaluación de argumentos se facilita considerablemente por la adopción de una notación lógica especial. Para citar a Alfred North Whitehead, uno de los mayores personajes en el avance de la lógica simbólica,

> ...con ayuda del simbolismo, podemos hacer transiciones en el razonamiento casi mecánicamente por medio de la vista, que de otra forma tendríamos que realizar apelando a facultades superiores del cerebro.

Desde este punto de vista, bastante paradójico, la lógica no concierne al desarrollo de nuestros poderes de pensamiento sino de técnicas que nos permiten realizar algunas tareas sin tener que pensar demasiado.

SIMBOLIZACIÓN DE PROPOSICIONES

Proposiciones

Con el estudio de la Lógica se persigue llegar a ser preciso y cuidadoso. La Lógica tiene un lenguaje exacto. Pero aunque así sea, vamos a intentar construir un vocabulario para este lenguaje preciso utilizando el lenguaje cuotidiano algunas veces un tanto confuso. Es necesario redactar un conjunto de reglas que sean perfectamente claras y definidas y que estén libres de las vaguedades que pueden hallarse en nuestro lenguaje corriente. Para realizar este trabajo se utilizarán proposiciones en lengua castellana, de la misma manera que se usa la lengua castellana para explicar las reglas precisas de un juego a alguien que no ha jugado a ese juego. Por supuesto, la lógica es algo más que un juego. Puede ayudarnos a aprender una forma de razonar que es exacta y a la vez muy útil.

Para empezar, consideremos las proposiciones en lengua castellana. Cada proposición tiene una forma lógica a la que se le dará un nombre. En primer lugar, se consideran y simbolizan dos clases de proposiciones en Lógica; unas se denominan proposiciones atómicas y otras proposiciones moleculares.

En este siglo de la Ciencia se utiliza la palabra atómico muchas veces. Efectivamente, el significado de esta palabra en el lenguaje de la Lógica es análogo a su significado original en las Ciencias físicas. En Lógica, atómicas son las proposiciones de forma más simple (o más básicas). Si se juntan una o varias proposiciones atómicas con un término de enlace, se tiene una proposición molecular. Una proposición atómica es una proposición completa sin términos de enlace. Se utilizan términos de enlace para formar proposiciones moleculares a partir de proposiciones atómicas.

Por ejemplo, considérense dos proposiciones atómicas,

Hoy es sábado.

No hay clase.

Ambas proposiciones son atómicas. Mediante un término de enlace se pueden unir y se tendrá una proposición molecular. Por ejemplo, se puede decir

Hoy es sábado y no hay clase.

Esta proposición molecular se ha construido con dos proposiciones atómicas y el término de enlace «y». Cuando analizamos una proposición molecular la descomponemos en las más pequeñas proposiciones atómicas completas. En el ejemplo anterior se puede descomponer la proposición molecular en dos proposiciones atómicas. El término de enlace «y» no forma parte de ninguna de las proposiciones atómicas. Se ha añadido a las proposiciones atómicas para construir una proposición molecular.

Términos de enlace (Conectivos lógicos)

Las palabras de enlace, por cortas que sean, no deben subestimarse, pues son de gran importancia. Tanto es así, que se estudiarán algunas reglas muy precisas para el uso de esta clase de términos. Gran parte de lo que se tratará en el estudio de la Lógica se refiere a la manera cuidadosa de cómo se han de utilizar estos términos de enlace. El término de enlace en la proposición del ejemplo «Hoy es sábado y no hay clase» es la palabra «y». Hay otros, pero antes de considerar cada uno de ellos separadamente, les daremos el nombre lógico correcto. Se les denominará términos de enlace de proposiciones. Este nombre será fácil de recordar, porque indica efectivamente cuál es el papel que desempeñan. Enlazan proposiciones. Forman proposiciones moleculares a partir de proposiciones atómicas.

Los términos de enlace que se utilizarán en este capítulo son las palabras «y», «o», «no», y «si..., entonces». En la gramática castellana se les da a veces otros nombres, pero en Lógica los denominaremos, como ya hemos indicado, términos de enlace de proposiciones o simplemente términos de enlace. Recuérdese que al añadir un término de enlace a una o dos proposiciones atómicas se ha formado una proposición molecular. Los tres términos de enlace considerados, «y», «o», «si..., entonces», se usan para enlazar dos proposiciones atómicas, pero el otro se agrega a una sola proposición atómica para formar una molecular. Este término de enlace es la palabra «no». Se puede decir que el término de enlace «no» cada vez actúa sobre una sola proposición atómica y que los otros términos de enlace actúan sobre dos proposiciones atómicas a la vez. Recuérdese que el término de enlace «no», es el único que no conecta realmente dos proposiciones. Cuando a una sola proposición se le agrega «no» se forma una proposición molecular.

La forma de las proposiciones moleculares (formulación)

Las reglas para el uso de los términos de enlace son las mismas, cualesquiera que sean las proposiciones atómicas que enlazan o en las que se han utilizado. En uno de los ejercicios anteriores se vio que era posible elegir una o dos proposiciones atómicas cualesquiera de un grupo y combinarlas con un término de enlace. La forma de las proposiciones moleculares construidas depende del término de enlace seguido, no del contenido de la proposición o proposiciones atómicas. Es decir, si en una proposición molecular se sustituyen las proposiciones atómicas por otras proposiciones atómicas cualesquiera, la forma de la proposición molecular se conserva. La misma manera de escribir el término de enlace «si..., entonces...» lo indica. Los puntos suspensivos después de «si» y los puntos suspensivos después de «entonces» ocupan el lugar de las proposiciones. Para formar proposiciones moleculares utilizando este término de enlace basta simplemente sustituir los puntos suspensivos por proposiciones atómicas cualesquiera.

Podemos darnos cuenta fácilmente de la forma de una proposición molecular, no escribiendo las proposiciones atómicas de que consta y sólo indicando el lugar que ocupan. Se puede representar la forma de una proposición molecular utilizando el término de enlace «y» de la manera siguiente:

________________ y ________________

o bien

(   ) y (   )

Se pueden sustituir los espacios por cualquier proposición y la forma es la misma. Por ejemplo, eligiendo las proposiciones «Es rojo» y «Es azul» y poniéndolas en los espacios señalados, se tiene la proposición molecular «Es rojo y es azul». Se podrían haber escogido otras dos proposiciones atómicas y formar, por ejemplo, la proposición «Yo soy alto y él es bajo». La forma permanece la misma. Se trata de una proposición molecular en la que se utiliza el término de enlace «y».

Simbolización de proposiciones

Generalmente se cree que las proposiciones atómicas son proposiciones cortas, pero también algunas de las proposiciones atómicas del lenguaje corriente son largas, resultando por ello pesadas y de difícil manejo. En Lógica se afronta este problema utilizando símbolos en lugar de las proposiciones completas.

Los símbolos que usaremos en lógica para representar proposiciones, son letras tales como «P», «Q», «R», «S», «A», y «B». Por ejemplo, sea:

P = «La nieve es profunda».
Q = «E1 tiempo es frío».

Consideremos ahora la proposición «La nieve es profunda y el tiempo es frío». Primero escribiremos la forma lógica de la proposición haciendo use de los paréntesis:

(La nieve es profunda) y (el tiempo es frío).

Utilizando « P » y « Q» queda simbolizada la proposición de la manera siguiente

(P) Y (Q).

Supongamos ahora que se desea simbolizar una proposición molecular que utiliza el término de enlace «o», y se considera la proposición «Se puede elegir sopa o se puede elegir ensalada». La simbolizaremos de la manera siguiente:

Sea

R=«Se puede elegir sopa»
S=«Se puede elegir ensalada».

y la proposición quedará simbolizada por

(R) o (S).

Al simbolizar una proposición que contiene el término de enlace «no», la palabra «no» se pone delante del símbolo que sustituye a la proposición atómica, aunque ordinariamente en castellano la palabra «no» se encuentre dentro de la proposición atómica sobre la que actúa. El término de enlace, sin embargo, no es una parte de la proposición atómica y, por tanto, la palabra «no», debe separarse de la proposición atómica. Por ejemplo, simbolizaremos la proposición «Los patos no son animales de cuatro patas» de la siguiente manera:

Sea

Q=«LOS patos son animales de cuatro patas»,

la proposición molecular será entonces

No (Q).

El último símbolo sustituye sólo a la proposición atómica y no incluye el término de enlace. Se verá más adelante que si se utilizan símbolos para las proposiciones atómicas es más fácil trabajar con las proposiciones moleculares, que pueden resultar muy largas y complicadas.

Los términos de enlace y sus símbolos

Ahora que ya sabemos simbolizar proposiciones atómicas, el trabajar con proposiciones moleculares resulta mucho más fácil. Pero también se pueden utilizar símbolos para los mismos términos de enlace. Se considerará cada término de enlace por separado y se le asignará un símbolo. También se dará un nombre a la proposición molecular que se forme utilizando cada uno de los términos de enlace. Estos términos de enlace son tan importantes que se estudiarán por separado en las secciones siguientes, revisando algunas de las cuestiones ya analizadas.

De aquí en más se usara la V para el valor verdadero y F para el valor falso en las proposiciones para las tablas de verdad. Una tabla de verdad es una tabla que contiene información en la que se enlistan todas las posibilidades de los valores de verdad que pueden poseer las proposiciones atómicas, lo que permite calcular los posibles valores de las proposiciones moleculares como se verá más adelante.

Negación

No.- Cuando a una proposición se le añade el término de enlace «no», el resultado se denomina la *negación* de la proposición. Así, una negación es una proposición molecular que utiliza el término de enlace «no». El término de enlace «no» es análogo a los otros términos de enlace, puesto que forma proposiciones moleculares a partir de proposiciones atómicas. Pero es distinto de los otros términos de enlace pues se usa con una sola proposición. La palabra «no» en el lenguaje corriente se acostumbra a encontrar dentro de la proposición. Sin embargo, en Lógica, nos acostumbraremos a considerar el término de enlace separado de la proposición sobre la que actúa. Esto es necesario para poder representar la negación por un símbolo lógico. Un ejemplo de negación es la proposición:

Las elecciones presidenciales no siempre terminan con armonía.

A pesar de que parece una proposición atómica por contener una sola proposición, no lo es. Es la negación de la proposición atómica:

Las elecciones presidenciales siempre terminan con armonía.

En Lógica la adición del término de enlace «no» a una proposición atómica da lugar a una proposición molecular. Como en el lenguaje corriente se acostumbra a hacer la negación colocando la palabra «no» dentro de la proposición atómica, es fácil cometer el error de olvidar la colocación de «no» delante de la letra mayúscula elegida para simbolizar la proposición atómica. La forma correcta de simbolizar la proposición, «Las elecciones presidenciales no siempre terminan con armonía» sería la siguiente:

Sea

P=«Las elecciones presidenciales siempre terminan en armonía»

entonces la proposición se indica como sigue:

No (P).

Para simbolizar completamente la proposición, emplearemos un símbolo para la negación:

$$\neg$$

La proposición del ejemplo anterior, totalmente simbolizada, será:

$$\neg\,(P).$$

A veces es más fácil traducir estas proposiciones al castellano empezando con la frase «No ocurre que», por lo que se puede considerar el símbolo como equivalente a «no ocurre que». Por ejemplo, para traducir al castellano la proposición ¬(P) sobre elecciones presidenciales, se puede decir: «No siempre ocurre que las elecciones presidenciales terminen con armonía».

La negación es un operador que se ejecuta, sobre un único valor de verdad, devolviendo el valor contradictorio de la proposición considerada.

P	**¬P**
V	F
F	V

Conjunción

Y.- La unión de dos proposiciones con la palabra «y», se denomina *conjunción* de las dos proposiciones. Un ejemplo de una conjunción es esta proposición:

Sus ojos son azules y los ojos de su hermano también son azules.

Sea P la proposición atómica «Sus ojos son azules» y sea Q la proposición atómica «Los ojos de su hermano también son azules». Entonces se puede simbolizar la proposición molecular, que es una conjunción, por

(P) y (Q).

Una conjunción es un tipo de proposición molecular. La proposición molecular es la conjunción de la proposición atómica P y la proposición atómica Q. Es también útil introducir un símbolo para «y». Nosotros usaremos el símbolo:

&

Utilizando este símbolo, se puede escribir la conjunción de dos proposiciones P y Q de la forma:

(P) & (Q).

Recuérdese que el símbolo & sustituye al término de enlace completo tanto si se refiere a «y» como si es «a la vez... y...» en lengua castellana.

La conjunción es un operador que opera sobre dos valores de verdad, típicamente los valores de verdad de dos proposiciones, devolviendo el valor de verdad verdadero cuando ambas proposiciones son verdaderas, y falso en cualquier otro caso. Es decir es verdadera cuando ambas son verdaderas.

La tabla de verdad de la conjunción es la siguiente:

P	Q	P&Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disyunción

O.- La unión de dos proposiciones por medio de la palabra «o» se denomina *disyunción* de las dos proposiciones. Por ejemplo:

Ésta es el aula cuatro o es una aula de Física,

es la disyunción de dos proposiciones. Una disyunción es una proposición molecular formada por el término de enlace «o». La proposición antes escrita puede parecer un poco rara. Probablemente esto es debido a que en el lenguaje corriente se incluye la palabra «o» inicial junto con la palabra «o» central. Por ejemplo, se podría leer la proposición molecular considerada en la forma:

O ésta es el aula cuatro o es una aula de Física.

En ambos casos, las dos proposiciones atómicas son las mismas; primero, la proposición «Ésta es el aula cuatro», y segundo «Ésta es una aula de Física». Es decir, no debe incurrirse en el error de incluir la «o» inicial como parte de la primera proposición. Se trata de una parte del término de enlace.

El símbolo que utilizaremos para la disyunción es: V.

En el ejemplo precedente, si F es la proposición «Ésta es el aula cuatro» y R es la proposición «Ésta es una aula de Física», entonces la disyunción queda completamente simbolizada por:

(F) V (R).

Leeremos esta proposición diciendo (F) o (R), y algunas veces también o (F) o (R). Recuérdese que el símbolo V representa el término de enlace completo, tanto si en la lectura o escritura de la proposición se emplea sólo «o» o bien «o..., o...».

La disyunción es un operador que opera sobre dos valores de verdad, típicamente los valores de verdad de dos proposiciones, devolviendo el valor de verdad verdadero cuando una de las proposiciones es verdadera, o cuando ambas lo son, y falso cuando ambas son falsas.

La tabla de verdad de la disyunción es la siguiente:

P	Q	PVQ
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Implicación (Condicional)

Si..., entonces… .- Cuando se unen dos proposiciones mediante las palabras «si..., entonces...», la proposición molecular resultante se denomina una *proposición condicional*. Ya se dijo que la manera de escribir el término de enlace «si..., entonces...» da idea de la forma de la proposición condicional. En vez de los puntos se puede poner cualquier proposición. La palabra «si» precede a la primera proposición y la palabra «entonces» precede a la segunda proposición. Un ejemplo de una proposición condicional es:

Si llueve hoy, entonces se suspende el picnic.

La primera proposición atómica es «Llueve hoy» y la segunda proposición atómica es «Se suspende el picnic». Para poder simbolizar completamente esta proposición condicional emplearemos el símbolo siguiente para el término de enlace:

$$\rightarrow$$

Ahora ya podemos simbolizar la proposición considerada de la manera siguiente. Primero se escogen letras para las proposiciones atómicas:

Sea

P=«Hoy llueve»
Q= « S e suspende el picnic»,

y entonces se sustituye el término de enlace por el símbolo:

$$(P) \rightarrow (Q).$$

Hay algunas denominaciones que se introducen en Lógica para las partes de una proposición condicional. La proposición situada entre la palabra «si» y la palabra «entonces» es el antecedente. La proposición que sigue a la palabra «entonces» es el consecuente. Estos términos se utilizarán con frecuencia cuando se trabaje con proposiciones condicionales.

El condicional material es un operador que opera sobre dos valores de verdad, típicamente los valores de verdad de dos proposiciones, devolviendo el valor de falso sólo cuando la primera proposición es verdadera y la segunda falsa, y verdadero en cualquier otro caso.

La tabla de verdad del condicional material es la siguiente:

P	Q	P→Q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Doble implicación (Equivalencia).

..., si y sólo si… .- Cuando se unen dos proposiciones mediante las palabras «..., si y sólo si...», la proposición molecular resultante se denomina una *proposición bicondicional, doble implicación o equivalencia*. Ya se dijo que la manera de escribir el término de enlace «..., si y sólo si...» da idea de la forma de la proposición bicondicional. En vez de los puntos se puede poner cualquier proposición.

Un ejemplo de una proposición bicondicional es:

Pasare el curso si y sólo si apruebo el examen.

La primera proposición atómica es «Pasare el curso» y la segunda proposición atómica es «Apruebo el examen». Para poder simbolizar completamente esta proposición condicional emplearemos el símbolo siguiente para el término de enlace:

$$\leftrightarrow$$

Ahora ya podemos simbolizar la proposición considerada de la manera siguiente. Primero se escogen letras para las proposiciones atómicas:

Sea

P = «Pasare el curso»
Q = «Apruebo el examen»,

y entonces se sustituye el término de enlace por el símbolo:

(P) ↔ (Q).

Otra forma de referirse a una doble implicación es con «..., cuando y sólo cuando...». Denota una obligación mutua entre las partes del bicondicional.

El bicondicional o doble implicación es un operador que funciona sobre dos valores de verdad, típicamente los valores de verdad de dos proposiciones, devolviendo el valor de verdad verdadero cuando ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad, y falso cuando sus valores de verdad son diferentes.

La tabla de verdad del bicondicional es la siguiente:

P	Q	P↔Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Agrupamiento y paréntesis

Hemos visto que es frecuente encontrar proposiciones que tienen más de un término de enlace. Los términos de enlace pueden unir o pueden ser usados con proposiciones moleculares de la misma forma que con las proposiciones atómicas. En todos estos casos uno de los términos de enlace es el mayor. Por esto se le denominará dominante porque es el que actúa sobre toda la proposición.

Recuérdese que uno de los tipos de proposición molecular era de la forma:

( ) & ( )

Ésta es una conjunción y los espacios se pueden llenar ya sea con proposiciones atómicas o moleculares. Pero, si se utilizan proposiciones moleculares, éstas a su vez contienen otros términos de enlace; sin embargo, la & se mantiene como término de enlace dominante o mayor. Sea, por ejemplo, la conjunción de dos negaciones, como en la proposición:

Antonio no estudia en la Universidad y Ana no estudia en la Universidad.

Si se designa por T la proposición «Antonio estudia en la Universidad» y por A la proposición «Ana estudia en la Universidad», las proposiciones que se colocarían en los paréntesis de la forma anterior, serían ¬T y ¬A, y se obtendría.

(¬T) & (¬A)

Considérese una conjunción cuyo primer miembro sea a su vez una disyunción y cuyo segundo miembro sea una proposición atómica. El término de enlace «y» enlazará una proposición molecular formada utilizando «o» con una proposición atómica.

A la vez, x = 1 o x = 2, *y* y = 3.

Sea P = “x = 1”, Q = “x = 2” y R = “y = 3”; entonces la disyunción es (P) V (Q) y proposición atómica es R. Si estas proposiciones se colocan en los espacios correspondientes de una conjunción, el resultado es:

((P) V (Q)) & (R).

Esta proposición con tantos paréntesis es difícil de leer. Para mayor facilidad se adopta el siguiente convenio: una proposición que no contenga conectivos no necesita colocarse entre paréntesis. En consecuencia, en la proposición anterior se pueden suprimir los paréntesis que encierran la «P» y la «Q», resultando la forma simbólica siguiente:

(P V Q) & (R).

y puesto que «R» tampoco contiene conectivos la proposición se reduce a:

(P V Q) & R.

Se puede ver rápidamente que se trata de una conjunción. El término de enlace «y», une dos proposiciones. Una es la proposición atómica R; la otra es una proposición molecular, la disyunción, P V Q.

Los paréntesis son los símbolos de puntuación de la lógica. Muestran como está agrupada una proposición y, por tanto, señalan cuál es el término de enlace dominante. Un paréntesis que encierre P V Q, muestra que las partes están ligadas constituyendo una proposición única. La proposición molecular se puede unir a alguna otra por medio de un término de enlace, de manera análoga a como se uniría una proposición atómica.

Obsérvese que en las proposiciones en lengua castellana simbolizadas anteriormente, se logra el mismo objetivo por medio de la coma. Pero, supóngase que la proposición se leyera

x = 1, *o* x = 2 *y* y = 3.

En este caso la coma expresa que el termino de enlace dominante es «o». Como la forma de la disyunción es

( ) V ( )

se llenarán los espacios con una proposición atómica y una conjunción:

(P) V (Q & R).

Obsérvese que prescindiendo de los paréntesis, las dos proposiciones simbolizadas se presentarían igual. Por las razones dadas anteriormente no es necesario el paréntesis que encierra la proposición atómica; por tanto, la proposición en la forma final es

P V (Q & R).

Cuando se simbolizan proposiciones en lengua castellana, se precisa alguna manera de destacar el término de enlace dominante en la proposición. Así como en Lógica el paréntesis señala siempre de manera muy clara cuál es el término de enlace dominante, en las proposiciones escritas en castellano no siempre es tan claro, pues existen diversos métodos para indicar la dominancia. Un método, según se ha visto es el uso de las comas.

Tablas de Verdad

Las *tablas de verdad* son una representación gráfica en la que se realiza de forma metódica y ordenada la evaluación de todas las posibilidades para los valores de verdad de una formula proposicional; basado en los posibles valores de las proposiciones atómicas que la componen, la jerarquía de operadores y las definiciones propias de los conectivos. Dicha representación también facilita la distinción de aquellas fórmulas que son tautológicas, contradictorias o contingentes.

Una tautología es cualquier fórmula que resulta siempre verdadera sin importar los valores las proposiciones atómicas que la componen. Mientras que una contradicción es aquella fórmula que resulta falsa en todos los casos, sin importar los valores de las proposiciones atómicas que la componen. Una fórmula contingente es la que no es ni tautología ni contradicción, es decir es verdadera en al menos un caso y falsa en al menos uno de los otros casos.

Ejemplos:

Tautologías	Contradicciones	Contingencias
Ser o no ser.	Estar y no estar.	Ser poderoso.
$P \rightarrow P$	$P \leftrightarrow \neg P$	$P \vee Q$
$X = X$	$X \neq X$	$X=Y$

Para realizar la tabla de verdad de una proposición molecular, primero se deben identificar todas las proposiciones atómicas de las que está depende, el número de renglones que la tabla tendrá varía de acuerdo al número de proposiciones atómicas que se incluirán en ella. Como cada proposición atómica tiene dos posibilidades —Verdadero o Falso—, el número de renglones necesarios para la tabla de verdad será de 2 elevado al número de proposiciones atómicas.

Es decir que para 1 proposición atómica se requieren 2 renglones, para 2 proposiciones atómicas se requieren 4 renglones, para 3 proposiciones atómicas se requieren 8 renglones, para 4 proposiciones atómicas se requieren 16 renglones, y así sucesivamente.

La forma de enlistar los valores para las proposiciones puede variar en tanto nos aseguremos que cada renglón tiene una combinación de valores distinta a todos los otros, para asegurar esto y tener un poco de orden generalmente se usa un orden en que empiezan todas verdaderas, se cambia la última luego esos dos casos se repiten cambiando la penúltima, luego esos cuatro se repiten alternando la antepenúltima y así sucesivamente. De tal forma que las tablas de verdad se ven de la siguiente forma:

P	.
V	
F	

P	Q	.
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

P	Q	R	.
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

Donde la última columna queda reservada para la fórmula molecular que depende de las atómicas que ya han sido enlistadas previamente.

Es posible agregar tantas columnas como sea necesario a la derecha con tal de facilitar la realización de la tabla, además existen diversos métodos para descomponer las formulas en fórmulas más sencillas. No se debe olvidar que la forma de evaluar el valor de los conectivos de la fórmula depende de la definición propia del conectivo y los valores que tengan las proposiciones atómicas en el renglón que se esté trabajando.

Como último ejemplo supongamos que se desea realizar la tabla de verdad de la fórmula << (P V Q) → (R & S) >>, la cual depende de 4 proposiciones atómicas <<P, Q, R, S>> por lo que la tabla de verdad tendrá 16 renglones. Además evaluaremos con anticipación y por separado << P V Q >> y << R & S >> para facilitar el cálculo final de la fórmula completa como se muestra a continuación.

P	Q	R	S	P V Q	R & S	(P V Q) → (R & S)
V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	V	F	F
V	V	F	V	V	F	F
V	V	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	F	V
F	F	F	V	F	F	V
F	F	F	F	F	F	V

Así mostramos sin lugar a duda que la fórmula << (P V Q) → (R & S) >> es contingente y además que es verdadera, por ejemplo, cuando las cuatro proposiciones atómicas que la componen son falsas; y falsa, por ejemplo, cuando todas excepto la << S >> son verdaderas.

Actividad **Sesión II.**

Relaciona las columnas de forma que correspondan el nombre del conectivo, su símbolo, su definición y su tabla de verdad.

<table>
<tr><th>Nombre</th><th>Símbolo</th><th>Definición</th><th>Tabla de verdad</th></tr>
<tr><td>Negación</td><td>&</td><td>Conectivo que resulta verdadero sólo cuando las proposiciones que conecta son verdaderas.</td><td><table><tr><th>P</th><th>Q</th><th>P * Q</th></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Disyunción</td><td>→</td><td>Conectivo que resulta verdadero cuando las proposiciones que conecta poseen el mismo valor de verdad.</td><td><table><tr><th>P</th><th>*P</th></tr><tr><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Conjunción</td><td>v</td><td>Conectivo que resulta falso sólo cuando ninguna de las proposiciones que conecta son verdaderas.</td><td><table><tr><th>P</th><th>Q</th><th>P * Q</th></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Implicación</td><td>↔</td><td>Conectivo que sólo afecta una proposición, intercambiando su valor de verdad.</td><td><table><tr><th>P</th><th>Q</th><th>P * Q</th></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>F</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Bicondicional</td><td>¬</td><td>Conectivo que resulta falso sólo cuando su antecedente es verdadero y su consecuente falso.</td><td><table><tr><th>P</th><th>Q</th><th>P * Q</th></tr><tr><td>V</td><td>V</td><td>V</td></tr><tr><td>V</td><td>F</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>V</td><td>F</td></tr><tr><td>F</td><td>F</td><td>V</td></tr></table></td></tr>
</table>

Identifica que tipo de proposición son las siguientes, es decir, ¿cuál es su conectivo principal? (negación, conjunción, disyunción, implicación o equivalencia). Además, simboliza las proposiciones.

1. Para ser feliz se debe disfrutar el día o ignorar los problemas.
2. Cuando estoy enojado, ni saludo ni contesto.
3. Un polígono regular tiene tres lados si y sólo si es un triángulo equilátero.
4. Ni presto ni invito.
5. Si la definición de química ha cambiado a través del tiempo, la ciencia ha evolucionado.
6. Si no encontramos la cura al cáncer, las personas seguirán muriendo a causa del mismo.
7. No es conveniente involucrarse en los problemas ajenos.
8. Creo tener la razón pero podría equivocarme.
9. El rio no suena cuando agua no lleva.
10. La percepción humana no es 100% confiable.
11. Me gusta comer palomitas cuando y sólo cuando voy al cine.
12. La política es mala o los políticos son malos.
13. No es cierto que: los placeres son malos y mundanos.
14. Cuando llueve me mojo.
15. Si la teoría de cuerdas es cierta, vivimos en un universo de seis o siete dimensiones.
16. La lógica y la teoría de conjuntos son la base de la matemática.

Actividad **Sesión III.**

Lee con mucho cuidado y elige de entre las opciones aquella simbolización que interprete mejor los siguientes enunciados:

Si dos gases están a la misma temperatura, entonces sus moléculas tienen la misma energía cinética. Volúmenes iguales de dos gases contienen el mismo número de moléculas. Las presiones de dos gases son iguales si los números de moléculas son iguales y tienen la misma energía cinética. Así pues, si dos gases tienen la misma temperatura y volumen, han de tener la misma presión.

a. {[(t→e)&o]&(p→(m&e))} →[(t&o) →p]
b. {[(t→e)&o]&((m&e) → p)} →[(t&o) →p]
c. {[(t→e)&o]&(p→(m&e))} →[p→(t&o)]
d. {[(t→e)&o]v(p→(m&e))} →[(t&o) →p]
e. {[(t→(e&o)]v(p→(m&e))} →[(t&o) →p]

Si le pago al sastre no tendré dinero. No puedo llevar a mi novia al baile si no tengo dinero. Si no la llevo al baile se irá con otro. Pero si no le pago al sastre no me entregará el traje, y sin traje no puedo llevarla al baile. O le pago al sastre o no le pago. Luego mi novia se irá con otro.

a. {[(s→¬d)&[(¬n→¬d)&(¬n→i)]]&([(¬s→¬t)&(¬t→¬n)]&(s v ¬s))} →i
b. {[(s→¬d)&[(¬n→¬d)&(i→¬n)]]&([(¬s→¬t)&(¬t→¬n)]&(s v ¬s))} →i
c. {[(s→¬d)&[(¬d→¬n)&(¬n→i)]]&([(¬s→¬t)&(¬t→¬n)]&(s v ¬s))} →i
d. {[(s→¬d)&[(¬d→¬n)&(i→¬n)]]&([(¬s→¬t)&(¬t→¬n)]&(s & ¬s))} →i
e. {[(s→¬d)&[(¬n→¬d)&(¬n→i)]]&([(¬s→¬t)&(¬t→¬n)]&(s v ¬s))} →¬i

Completa las siguientes tablas de verdad e identifica si son tautologías, contradicciones o contingencias.

P	Q	R	$[\neg P \ \& \ (Q \ V \neg R)] \ \rightarrow \ [(\neg P \ \& \ Q) \ V \ (\neg P \ \& \ R)]$
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

P	Q	R	S	$[\neg P \ \leftrightarrow \ (S \ V \neg R)] \ \& \ [\neg P \ \leftrightarrow \ (S \ \rightarrow \ Q)]$
V	V	V	V	
V	V	V	F	
V	V	F	V	
V	V	F	F	
V	F	V	V	
V	F	V	F	
V	F	F	V	
V	F	F	F	
F	V	V	V	
F	V	V	F	
F	V	F	V	
F	V	F	F	
F	F	V	V	
F	F	V	F	
F	F	F	V	
F	F	F	F	

Realiza la simbolización de cada una de las proposiciones que conforman los siguientes argumentos y elabora sus correspondientes tablas de verdad. A partir de ello, determina si se trata de una proposición contradictoria, de una contingente o de una tautología.

El oxígeno del tubo, o bien se combinó con el filamento para formar un óxido, o bien se evaporó completamente. El oxígeno del tubo no puede haberse evaporado completamente. Luego el oxígeno del tubo se combinó con el filamento para formar un óxido.

Si estudio ganaré dinero, pero si estoy de ocioso lo pasaré muy bien. O estudio o estoy de ocioso. Si estudio no lo pasaré muy bien, mientras que si estoy de ocioso no ganaré dinero. En consecuencia, lo pasaré muy bien si sólo si no gano dinero.

Sesión IV y V. **Reglas de la lógica proposicional.**

Fragmentos de los libros: “Introducción a la Lógica”. Irving M. Copi; Carl Cohen. México. Limusa, 2007. “Introducción a la Lógica Matemática” P. Suppes, S. Hill.

Las tres "leyes del pensamiento"

Quienes han definido la lógica como el estudio de las leyes del pensamiento, frecuentemente han sostenido que hay exactamente tres leyes fundamentales del pensamiento, que son necesarias y suficientes para que el pensamiento discurra por cauces "exactos". Estas leyes del pensamiento han recibido tradicionalmente los nombres de principio de identidad, principio de contradicción (o de no contradicción, como a veces se le llama) y principio del tercero excluido. Hay diferentes expresiones de estos principios que se adecuan a contextos diferentes. Las versiones apropiadas aquí son las siguientes:

> El principio de identidad afirma que *si cualquier enunciado es verdadero, entonces es verdadero.*
> El principio de no contradicción afirma que *ningún enunciado puede ser verdadero* y *falso a la vez.*
> El principio del tercero excluido afirma que *cualquier enunciado es o bien verdadero o falso.*

expresarlos también así: El principio de identidad afirma que todo enunciado de la forma $p \rightarrow p$ es verdadero, esto es, que todo enunciado semejante es una tautología. El principio de contradicción afirma que todo enunciado de la forma $p \,\&\, \neg p$ es falso, esto es, que cualquiera de ellos es contradictorio. El principio *del* tercero excluido afirma que todo enunciado de la forma $p \vee \neg p$ es verdadero, es decir, que tal enunciado es una tautología.

De vez en cuando se han hecho objeciones a esos principios, pero en su mayoría se basan en una interpretación equivocada de ellos; se ha objetado al principio de identidad que las cosas cambian pues lo que es cierto, por ejemplo, de los Estados Unidos cuando estaba compuesto de los trece pequeños estados originales ya no lo es hoy en día con sus cincuenta estados. En uno de los sentidos de la palabra "enunciado", esta observación es correcta, pero no es éste el sentido que concierne a la lógica.

Aquellos "enunciados" cuyos valores de verdad cambian con el tiempo son expresiones *elípticas* o incompletas de proposiciones que no se modifican y es precisamente de éstas de las que trata la lógica. Así, el enunciado "Hay solamente trece estados en los Estados Unidos" puede considerarse como una forma elíptica o parcial de "Había solamente trece estados en los Estados Unidos *en 1790" ,* que resulta verdadero lo mismo en esa época que hoy en día. Si confinamos nuestra atención a los enunciados *completos,* o no *elípticos,* el principio de identidad es perfectamente válido e inobjetable.

Respecto al principio de contradicción, se ha objetado, especialmente por los hegelianos, los defensores de la semántica general, y los marxistas, que hay contradicciones o situaciones en las que operan fuerzas contradictorias o conflictivas. Debemos admitir que hay situaciones en las que actúan fuerzas conflictivas y esto es tan cierto en el contexto de la mecánica como en el social y económico. Pero llamar "contradicciones" a estas fuerzas en conflicto es usar una terminología vaga e inconveniente. El calor aplicado a un gas, que tiende a provocar su expansión, y el recipiente que tiende a contener su expansión se pueden describir como en conflicto, pero ninguno de ellos es la negación del otro. El dueño de una gran fábrica, que necesita miles de trabajadores laborando concertadamente para poder funcionar, puede oponerse al sindicato y, a su vez, ser combatido por éste, pero ninguno es la negación del otro. Si se comprende en el sentido correcto, el principio de contradicción es inobjetable y totalmente verdadero.

El principio del tercero excluido ha sido objeto de mayores ataques. Se ha sostenido que su aceptación conduce a una "orientación bivalente" que implica, entre otras cosas, la negación de todo matiz intermedio, resultando así que todo es blanco o todo es negro. Pero, aun cuando el enunciado "esto es negro "no puede ser verdadero conjuntamente con "esto es blanco", ninguno de ellos es la negación o la contradictoria del otro. Es indudable que no pueden ser ambos verdaderos, pero sí pueden ser los dos falsos. Son contrarios, pero no contradictorios. La negación o contradicción de "esto es blanco" es "esto no es blanco" y uno de los dos enunciados debe ser verdadero si las palabras se usan en el mismo sentido en los dos enunciados. Cuando se restringe a enunciados exentos de ambigüedad y totalmente precisos, el principio del tercero excluido es también verdadero.

Aun cuando los tres principios son verdaderos, puede dudarse de que posean el status privilegiado que se les asignó tradicionalmente. El primero y el tercero no son las únicas formas de tautología ni la contradicción explícita $p \,\&\, \neg p$ es la única forma enunciativa contradictoria. *Puede* considerarse, sin embargo, que las tres leyes del pensamiento tienen cierta posición especial en relación con las tablas de verdad. Si tomamos las columnas iniciales como base para llenar las siguientes, nos orientamos por el principio de identidad: si se escribe una V bajo un símbolo determinado, al llenar otras columnas correspondientes a ese símbolo se le asignará el mismo valor de verdad. Al llenar las columnas iniciales en cada renglón ponemos una V o una F orientados por el principio del tercero excluido. Y sin importar dónde ponemos V y F, con ambos nos orientamos por el principio de no contradicción. Las tres leyes del pensamiento se pueden considerar como los principios básicos que gobiernan la construcción de tablas de verdad.

Sin embargo, es preciso notar que cuando se trata de construir la lógica como un sistema, las tres leyes anteriores no son más importantes o fructíferas que las otras; por el contrario, hay otras tautologías más adecuadas para los propósitos de la deducción.

Pruebas y demostraciones

Conocidas las formas de las proposiciones y teniendo los instrumentos de simbolización a nuestro alcance, podemos dirigirnos ya hacia una parte importante de la Lógica formal: inferencia y deducción. Las *reglas de inferencia* que rigen el uso de los términos de enlace son muy simples. Se pueden aprender estas reglas y su uso, como se aprenden las reglas de un juego. El juego se juega con proposiciones, o fórmulas lógicas, nombre que se dará a las proposiciones simbolizadas. Se empieza con conjuntos de fórmulas que se denominan *premisas.* El objeto del juego es utilizar las reglas de inferencia de manera que conduzcan a otras fórmulas que se denominan *conclusiones.* El paso lógico de las premisas a la conclusión es una *deducción.* La conclusión que se obtiene se dice que es una *consecuencia lógica* de las premisas si cada paso que se da para llegar a la conclusión está permitido por una regla. La idea de inferencia se puede expresar de la manera siguiente: *de premisas verdaderas se obtienen sólo conclusiones que son verdaderas.* Es decir, si las premisas son verdaderas, entonces las conclusiones que se *derivan* de ellas lógicamente, *han* de ser verdaderas.

Cuando se usa una regla de inferencia para pasar de un conjunto de proposiciones a otra proposición se *demuestra* que la última proposición es consecuencia lógica de las otras. Esto se puede expresar de muchas maneras. Se puede decir que se ha *derivado* la conclusión de las premisas, que la conclusión se *infiere de* o es *implicada* por las premisas, que la conclusión se *deduce* de las premisas, y otras. Todas estas palabras o expresiones significan lo mismo: Dadas ciertas proposiciones, si una regla de inferencia nos permite pasar a otra proposición, entonces esta proposición es una conclusión lógica de las proposiciones dadas.

Reglas de inferencia elementales

En teoría, las tablas de verdad son apropiadas para probar la validez de un argumento del tipo general que aquí hemos considerado; en la práctica son cada vez más difíciles de manejar a medida que aumenta-el número de enunciados constituyentes. Un método más eficiente para probar la validez de un argumento extenso consiste en deducir su conclusión a partir de sus premisas mediante una serie de argumentos elementales, cada uno de los cuales se conoce como válido. Esta técnica es muy similar a los métodos ordinarios de argumentación. Consideremos, por ejemplo, el siguiente argumento:

Si Anderson fue electo candidato, entonces fue a Boston.
Si fue a Boston, entonces hizo campaña en esa ciudad.
Si hizo campaña en Boston, se encontró con Douglas.
Anderson no se encontró con Douglas.
O Anderson fue electo candidato o se eligió a alguien con mayores posibilidades.
Por tanto, se eligió a alguien con mayores posibilidades.

La validez de este argumento es intuitivamente obvia, pero consideremos el problema de la prueba. La discusión se facilitará si traducimos el argumento a nuestro simbolismo de la siguiente manera:

$A \rightarrow B$
$B \rightarrow C$
$C \rightarrow D$
$\neg D$
$A \lor E$
$\therefore E$

Para establecer la validez de este argumento por medio de una tabla de verdad, requeriríamos que tuviera treinta y dos renglones, puesto que hay cinco enunciados simples diferentes. Pero podemos demostrar que este argumento es válido deduciendo su conclusión de sus premisas por una sucesión de cuatro argumentos elementales válidos. De las dos primeras premisas, $A \rightarrow B$y $B \rightarrow C$, podemos inferir válidamente $A \rightarrow C$ por el silogismo hipotético. De $A \rightarrow C$ y de la tercera premisa, $C \rightarrow D$, inferimos $A \rightarrow D$ por otro silogismo hipotético. De $A \rightarrow D$ y la cuarta premisa, $\neg D$, inferimos $\neg A$ por *modus tollens.* Por último, de $\neg A$ y la quinta premisa $A \lor E$ inferimos E, la conclusión del argumento original, por un silogismo disyuntivo. El hecho de que la conclusión pueda deducirse de las cinco premisas del argumento original mediante cuatro argumentos elementales válidos demuestra que el argumento original es válido. Aquí, las formas elementales válidas de argumento, el *silogismo hipotético* (SH), el *modus tollens* (MT) y el *silogismo disyuntivo* (SD) se usan como *reglas de inferencia,* de acuerdo con las cuales se infieren las conclusiones o se deducen válidamente a partir de las premisas.

Podemos dar una prueba más formal de la validez escribiendo las premisas y los enunciados que se siguen de ellas en la misma columna, y colocando en otra columna, a la derecha de cada enunciado, su "justificación", esto es, las razones que damos para incluirlo en la prueba. Es conveniente registrar primero todas las premisas y anotar la conclusión a un lado, separada de las premisas por una línea oblicua. Esta línea permite catalogar automáticamente como premisa a todo enunciado que se encuentra encima de ella. Si todos los enunciados de la columna están numerados, la "justificación" de cada uno de ellos consiste en los números de los enunciados precedentes, de los cuales se infiere, junto con la abreviatura de la regla de inferencia por la cual se sigue de ellos. La prueba formal se escribe entonces de la siguiente manera:

1 A→B	
*2 B →*C	
3 C→D	
4 ¬D	
5 A v E	*/ ∴ E*
6 A→*C*	1,2 S.H.
7 A→D	6,3, S.H.
8 ¬A	7,4 M.T.
9 *E*	5,8, S.D.

Definimos una *prueba formal* de que un argumento determinado es válido, como una sucesión de enunciados, cada uno de los cuales, o bien es una premisa del razonamiento dado, o bien se deduce de los enunciados precedentes mediante un argumento válido elemental, y tal que el último enunciado de la serie es la conclusión del argumento cuya validez se quiere demostrar.

Definimos a un *argumento válido elemental* como un argumento que es una instancia de sustitución de una forma de argumento válida elemental. Un punto que debemos destacar es que *cualquier* instancia de sustitución de una forma de argumento válida elemental es un argumento elemental válido. Así, el argumento:

(A & B) → [C ↔ (D v E)]

A & B

∴C ↔ (D v *E)*

es un argumento elemental válido porque es una instancia de sustitución de la forma enunciativa elemental válida de *modus ponens* (M.P.). Se obtiene a partir de:

p → q

p

∴q

sustituyendo *A & B* por *p* y C *(D v E)* por *q* y es, por tanto, de esa forma, aun cuando el *modus ponens* no es la *forma específica* de ese argumento. Ciertamente, el *modus ponens* es una forma de argumento válido muy elemental, pero ¿cuáles otras formas de argumento válidas deben tenerse en cuenta como reglas de inferencia? Comenzamos con una lista de nueve reglas de inferencia para la construcción de pruebas formales de validez.

Lista de reglas de inferencia

1 Modus Ponens (M.P.)

$p \rightarrow q$
p
$\therefore q$

2 Modus Tollens (M.T.)

$p \rightarrow q$
$\neg q$
$\therefore \neg p$

3 Silogismo Hipotético (S.H.)

$p \rightarrow q$
$q \rightarrow r$
$\therefore p \rightarrow r$

4 Silogismo Disyuntivo (S.D.)

$p \vee q$
$\neg p$
$\therefore q$

5 Dilema Constructivo (D.C.)

$p \rightarrow q$
$r \rightarrow s$
$p \vee r$
$\therefore q \vee s$

6 Dilema Destructivo (D.D.)

$p \rightarrow q$
$r \rightarrow s$
$\neg q \vee \neg s$
$\therefore \neg p \vee \neg r$

7 Simplificación (Simp.)

$p \,\&\, q$
$\therefore p$

8 Conjunción (Conj.)

p
q
$\therefore p \,\&\, q$

9 Adición (Ad.)

p
$\therefore p \vee q$

Estas nueve reglas de inferencia corresponden a formas argumentales elementales cuya validez es fácil de establecer por medio de tablas de verdad. Con su ayuda, es posible construir pruebas formales de validez para una amplia variedad de argumentos más complicados. Los nombres indicados son, en general, bastante comunes y el uso de abreviaturas permite hacer las pruebas formales sin escribir demasiado.

Reglas de equivalencia (La regla de reemplazo)

Hay muchos argumentos válidos desde el punto de vista veritativo funcional cuya validez no se puede probar usando solamente las nueve reglas de inferencia que se han dado antes. Por ejemplo, para construir una prueba formal de validez del argumento obviamente válido:

$A \rightarrow B$

$C \rightarrow \neg B$

$\therefore A \rightarrow \neg C$

se necesitan reglas adicionales.

En cualquier enunciado compuesto veritativo funcional, si un componente enunciativo es reemplazado por otro enunciado que tiene el mismo valor de verdad, la verdad del enunciado compuesto no se altera. Pero los únicos enunciados que aquí nos interesan son los veritativos funcionales. Por tanto, podemos aceptar este principio adicional de inferencia, la regla de reemplazo, que nos permite inferir de cualquier enunciado el resultado de reemplazar cualquier componente de ese enunciado por otro enunciado *lógicamente* equivalente. Usando el principio de doble negación (D.N.), que afirma que *p* es lógicamente equivalente a ¬¬p, podemos inferir de $A \rightarrow \neg\neg B$ cualquiera de las siguientes fórmulas:

$$A \rightarrow B,\ \neg\neg A \rightarrow \neg\neg B,\ \neg\neg(A \rightarrow \neg\neg B),\ \text{ó}\ A \rightarrow \neg\neg\neg\neg B$$

por reemplazo.

Para definir la nueva regla, listamos un número de bicondicionales tautológicos o lógicamente verdaderos que se pueden usar. Estos bicondicionales proporcionan reglas adicionales de inferencia que deben ser usados al probar la validez de los argumentos extendidos. Los numeramos consecutivamente luego de las nueve reglas de inferencia ya enunciadas

Lista de reglas de equivalencia

10 Leyes de De Morgan (D.M.)

$\neg(\boldsymbol{p}\ \&\ \boldsymbol{q}) \equiv (\neg\boldsymbol{p} \vee \neg\boldsymbol{q})$

$\neg(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}) \equiv (\neg\boldsymbol{p}\ \&\ \neg\boldsymbol{q})$

11 Conmutación (Conm.)

$(\boldsymbol{p}\ \&\ \boldsymbol{q}) \equiv (\boldsymbol{q}\ \&\ \boldsymbol{p})$

$(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}) \equiv (\boldsymbol{q} \vee \boldsymbol{p})$

$(\boldsymbol{p} \leftrightarrow \boldsymbol{q}) \equiv (\boldsymbol{q} \leftrightarrow \boldsymbol{p})$

12 Asociación (Asoc.)

$[(\boldsymbol{p}\ \&\ \boldsymbol{q})\ \&\ \boldsymbol{r}] \equiv [\boldsymbol{p}\ \&\ (\boldsymbol{q}\ \&\ \boldsymbol{r})]$

$[(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}) \vee \boldsymbol{r}] \equiv [\boldsymbol{p} \vee (\boldsymbol{q} \vee \boldsymbol{r})]$

13 Distribución (Dist.)

$[\boldsymbol{p}\ \&\ (\boldsymbol{q} \vee \boldsymbol{r})] \equiv [(\boldsymbol{p}\ \&\ \boldsymbol{q}) \vee (\boldsymbol{p}\ \&\ \boldsymbol{r})]$

$[\boldsymbol{p} \vee (\boldsymbol{q}\ \&\ \boldsymbol{r})] \equiv [(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q})\ \&\ (\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{r})]$

14 Doble negación (D. N.)

$\boldsymbol{p} \equiv \neg\neg\boldsymbol{p}$

15 Contraposición (Contr.)

$(\boldsymbol{p} \rightarrow \boldsymbol{q}) \equiv (\neg\boldsymbol{q} \rightarrow \neg\boldsymbol{p})$

16 Implicación Material (I. M.)

$(\boldsymbol{p} \rightarrow \boldsymbol{q}) \equiv \neg\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}$

17 Equivalencia Material (E. M.)

$(\boldsymbol{p} \leftrightarrow \boldsymbol{q}) \equiv [(\boldsymbol{p} \rightarrow \boldsymbol{q})\ \&\ (\boldsymbol{q} \rightarrow \boldsymbol{p})]$

$(\boldsymbol{p} \leftrightarrow \boldsymbol{q}) \equiv [(\boldsymbol{p}\ \&\ \boldsymbol{q}) \vee (\neg\boldsymbol{p}\ \&\ \neg\boldsymbol{q})]$

18 Exportación (Exp.)

$[(\boldsymbol{p}\ \&\ \boldsymbol{q}) \rightarrow \boldsymbol{r}] \equiv [\boldsymbol{p} \rightarrow (\boldsymbol{q} \rightarrow \boldsymbol{r})]$

19 Idempotencia (Idem.)

$\boldsymbol{p} \equiv (\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{p})$

$\boldsymbol{p} \equiv (\boldsymbol{p}\ \&\ \boldsymbol{p})$

El proceso de reemplazo es muy diferente del proceso de sustitución: sustituimos enunciados en lugar de variables enunciativas, mientras que reemplazamos enunciados por otros enunciados. Al pasar de una forma argumental a una instancia de sustitución de ella, podemos sustituir cualquier enunciado en lugar de cualquier variable enunciativa, cuidando solamente de hacerlo de manera uniforme, esto es, si la variable enunciativa ha sido sustituida una vez por un enunciado debe ser sustituida las veces siguientes por el mismo enunciado. Pero al pasar de un enunciado a otro por medio del reemplazo, podemos reemplazar un componente del primero por otro componente solamente si son lógicamente equivalentes, de acuerdo con la anterior lista de equivalencia de la 10 a la 19, y podemos reemplazar una ocurrencia de un enunciado por otro sin tener que reemplazar de la misma forma todas las demás ocurrencias.

Prueba formal de validez

La noción de *pueba formal* es una noción *efectiva,* lo cual significa que se puede deducir mecánicamente, en un número finito de pasos, si una determinada secuencia de enunciados es o no una prueba formal (con respecto a la lista de reglas de inferencia). No se requiere pensar, ni en el sentido de saber lo que "significan" los enunciados de la serie, ni en el de usar la intuición lógica para verificar cada uno de los pasos. Solamente se requieren dos cosas, de la cuales la primera es la habilidad para ver que un enunciado que aparece en un lugar es precisamente el mismo que aparece en otro lugar, porque debemos ser capaces de verificar que algunos enunciados de la prueba son premisas del argumento que se está probando como válido y que el último enunciado de la prueba es la conclusión del argumento. La segunda es la habilidad para ver si un determinado enunciado tiene o no cierto patrón, esto es, para ver si es una instancia de sustitución de una determinada forma enunciativa.

Así, cualquier pregunta acerca de si la anterior secuencia de enunciados es una prueba formal de validez se puede responder fácilmente de forma completamente mecánica. Es obvio por inspección que las líneas 1 y 2 son las premisas y que la línea 4 es la conclusión del argumento dado. Que 3 se sigue de las líneas precedentes por una de las reglas de inferencia dadas que se puede decidir en un número finito de pasos aun si no se escribiera del lado derecho la notación "1, Com". Esta notación explicativa constituye una ayuda y siempre debe incluirse, pero no es**,** estrictamente hablando, una parte necesaria de la demostración misma. En cada línea, hay solamente un número finito de líneas precedentes y solamente se consulta un número finito de reglas de inferencia o de formas de referencia.

Aunque consume tiempo, se puede verificar por inspección y comparación de las formas que 3 no se sigue de 1 y 2 por *modus ponens* ni por *modus tollens,* ni por silogismo hipotético, ..., y así, hasta que mediante este procedimiento llegamos a la pregunta de si 3 se sigue o no de 1 por el principio de conmutación y vemos, simplemente observando las formas, que efectivamente sucede así. De la misma forma, la legitimidad de *cualquier* enunciado en *cualquier* prueba formal se puede verificar en un número finito de pasos, nunguno de los cuales involucra otra cosa que la mera comparación de formas. Para preservar la efectividad requerimos que se haga solamente un paso a la vez. Uno puede estar tentado a acortar la demostración combinando pasos, pero el espacio y el tiempo que ahorramos no son importantes. Más importante es la efectividad que logramos tomando cada paso por medio de una sola regla de inferencia a la vez.

Aunque una prueba formal de validez es efectiva en el sentido de que se puede decidir mecánicamente si cualquier secuencia dada es o no una prueba, *construir* una prueba formal de validez no es un procedimiento efectivo. En este sentido, las pruebas formales difieren de las tablas de verdad. El uso de tablas de verdad es completamente mecánico, dado cualquier argumento del tipo que nos interesa, podemos siempre construir una tabla de verdad para probar su validez siguiendo las reglas simples establecidas en el capítulo anterior. Pero no tenemos reglas mecánicas o efectivas para la construcción de pruebas formales. Aquí debemos pensar o "figurarnos" cómo y dónde comenzar. Sin embargo, probar que un argumento es válido por medio de la construcción de una prueba formal de validez es mucho más sencillo que la construcción mecánica de una tabla de verdad que puede tener cientos o hasta miles de renglones.

Hay una diferencia importante entre las primeras nueve y las últimas diez reglas de inferencia. Las primeras nueve reglas se pueden aplicar solamente a líneas enteras de la demostración. Así, en una prueba formal de validez el enunciado *A* se puede inferir a partir de *A & B* por simplificación solamente si *A & B* aparece como una sola línea. Es obvio que *A* no se puede inferir válidamente de *(A & B)* → C ni de C → *(A & B)* porque estos dos enunciados pueden ser verdaderos mientras que *A* es falso. Y el enunciado *A* → C no se sigue del enunciado *(A & B)* → C por simplificación ni por las demás reglas de inferencia. No se sigue, en absoluto, porque si A es verdadero y B y C son ambos falsos, *(A &* B) → C es verdadero pero *A* → C es falso. Nuevamente, aunque *A v B* se sigue de *A* por adición, no podemos inferir *(A v B)* → C de *A* → C por adición ni por cualquier otra de las reglas de inferencia. Porque si *A* y C son ambos falsos y B es verdadero, *A* → C es verdadero pero (A v *B)* → C es falso. Por otra parte, cualquiera de las últimas diez reglas se puede aplicar a líneas enteras o a partes de una línea. No solamente el enunciado A → *(B* → C) se puede inferir de la línea *(A & B)* → *C* por exportación, sino que de la línea *[(A & B)* → *C] v D* podemos inferir *[A* → *(B* → C)] v *D* por exportación. Por medio del reemplazo, las expresiones lógicamente equivalentes se pueden reemplazar entre sí dondequiera que aparezcan, aun si no constituyen toda la línea de la demostración. Pero las primeras nueve reglas de inferencia se pueden usar solamente con líneas enteras de una prueba que sirven como premisas.

Aunque no tenemos reglas mecánicas para construir pruebas formales, se pueden sugerir algunas reglas heurísticas. La primera de ellas consiste simplemente en comenzar a deducir las conclusiones de las premisas dadas por medio de las reglas de inferencia. Mientras más de esas subconclusiones se obtienen como premisas para posteriores deducciones, mayor es la probabilidad de ser capaces de ver cómo deducir la conclusión del argumento cuya validez debe ser probada. Otra sugerencia es la de tratar de eliminar enunciados que aparecen en las premisas pero no en la conclusión. Tal eliminación puede proceder, por supuesto, sólo de acuerdo con las reglas de inferencia. Pero las reglas contienen muchas técnicas para eliminar enunciados. La simplificación es una de esas reglas, por medio de la cual un conjunto de la derecha se puede borrar de una línea que es una conjunción. Y la conmutación es una regla que permite pasar el conjunto izquierdo de una conjunción hacia el lado derecho de la misma, *q,* se puede eliminar mediante un silogismo hipotético dados dos enunciados del tipo $p \rightarrow q$ y $q \rightarrow r$. La distribución es una regla útil para transformar una disyunción de la forma $p \vee (q \,\&\, r)$ en la conjunción $(p \vee q) \,\&\, (p \vee r)$ cuyo conjunto derecho se puede eliminar ahora por simplificación. Otra regla heurística consiste en introducir por medio de la adición un enunciado que aparece en la conclusión pero no en las premisas. Otro método es trabajar hacia atrás de la conclusión buscando algún enunciado o enunciados de los cuales se pueda deducir, y luego tratar de deducir esos enunciados intermedios a partir de las premisas. No hay, sin embargo, sustituto alguno de la práctica como método para adquirir pericia en la construcción de pruebas formales.

Actividad **Sesión IV.**

Distingue entre los siguientes argumentos las que son reglas de inferencia y menciona su nombre. Hay dos de ellas que son inválidas y se deben señalar como tales.

a)

$p \rightarrow q$
$r \rightarrow s$
$\underline{p \vee r}$
$\therefore q \vee s$

b)

$p \rightarrow q$
$\underline{p}$
$\therefore q$

c)

$p \vee q$
$\underline{\neg p}$
$\therefore q$

d)

$p \rightarrow q$
$\underline{\neg p}$
$\therefore \neg q$

e)

$\underline{p}$
$\therefore p \vee q$

f)

$p \rightarrow q$
$\underline{\neg q}$
$\therefore \neg p$

g)

$p \rightarrow q$
$\underline{q \rightarrow r}$
$\therefore p \rightarrow r$

h)

$p \rightarrow q$
$r \rightarrow s$
$\underline{q \vee s}$
$\therefore p \vee r$

Identifica la regla de inferencia y las proposiciones utilizadas en cada paso de las siguientes demostraciones.

a)

1. $p \rightarrow q$
2. $r \rightarrow s$
3. $t \rightarrow w$
4. $t \,\&\, z$
5. $w \rightarrow p$
---
6. $t \rightarrow p$
7. t
8. p
9. $p \vee r$
10. $\therefore q \vee s$

b)

1. $\neg p \vee q$
2. $q \rightarrow s$
3. $t \rightarrow w$
4. $t \,\&\, z$
5. $w \rightarrow p$
---
6. t
7. w
8. p
9. q
10. s
11. $\therefore s \,\&\, p$

c)

1. $\neg p \vee \neg q$
2. $q \rightarrow s$
3. $t \vee w$
4. $\neg s \,\&\, z$
5. $z \rightarrow \neg t$
6. $w \rightarrow p$
---
7. $\neg s$
8. $\neg q$
9. z
10. $\neg t$
11. w
12. p
13. $\therefore \neg q \,\&\, p$

Actividad **Sesión V.**

Realiza las siguientes demostraciones. Indicando en cada paso la regla de inferencia que se utilice y las proposiciones involucradas. Usa tantos pasos como sea necesario. Se ordenado.

a)

1. (p v q) → (¬r v ¬s)
2. t → p
3. x → t
4. y v x
5. r
6. y → p /∴ ¬s

b)

1. (p &q) → (r → s)
2. ¬q → p
3. q & r
4. q → p /∴ s

c)

1. ¬p v q
2. (t v q) → (s & p)
3. ¬t → w
4. ¬w & z
5. w → p /∴z & q

d)

1. ¬p → q
2. s → (t → ¬q)
3. ¬s → ¬w
4. ¬t → ¬s
5. (s v t) → s
6. w v s /∴ p

e)

1. m v ¬n
2. ¬l → ¬¬n
3. ¬n & r /∴ l v m

f)

1. a → b
2. b → c
3. d → e
4. ¬a → f
5. ¬d → f
6. ¬c v ¬e /∴ (f v g) & (¬a v f)

Sesión VI. **Falacias formales.**

Fragmentos de la tesis: “UNA APROXIMACIÓN A LA TEORÍA DE JUEGOS”. Monserrat Carrillo; Carlos Limón. México. UAQ 2015. Y otras fuentes electrónicas.

Una falacia (del latin fallacia, ‘engano’) es un error de razonamiento. En el contexto de lógica se utiliza el término para designar errores típicos que surgen en el discurso ordinario.

Un argumento puede estar equivocado por tener una de sus premisas falsa, sin embargo establecer la veracidad de las premisas no es una tarea de la lógica, más bien es una labor general de la investigación pues las premisas pueden referirse a cualquier tema. Otra forma en que el argumento puede fallar es que las premisas no impliquen la conclusión y esto ya entra en el área de la lógica cuyo interés principal es las relaciones entre las premisas y su conclusión. Si el argumento es tal que la conclusión puede ser falsa aun si todas sus premisas fuesen verdadero se dice que es un argumento *falaz* o que es una falacia.

Hay muchas formas en las que puede equivocarse el razonamiento, muchos *tipos* de errores que se pueden cometer en un argumento. Cada falacia, en la forma en que usamos el término, es un tipo de argumento incorrecto. Puesto que las falacias son genéricas, podemos decir que dos argumentos diferentes cometen o incurren en la misma falacia. Esto es, que exhiben el mismo tipo de error en el proceso de razonamiento.

Entonces, distinguiremos dos tipos principales de errores de razonamiento, aquellos que se deben a la interpretación de los componentes del argumento (premisas y conclusión y aquellos que se deben al proceder en los pasos de la demostración. Los errores debidos a la interpretación se denominan falacias informales, los debidos al proceder se denominan falacias formales. Generalmente podemos distinguir las falacias informales puesto que el error se comete antes de simbolizar; por otra parte, el error de las falacias formales suele cometerse una vez se aplican las reglas de inferencia en las premisas simbolizadas.

En este apartado trataremos formas de identificar las falacias formales, estudiando un método capaz de dar prueba de la invalidez de una conclusión en cierto argumento. Para dicho fin sirva repasar algunos de los conceptos fundamentales de los argumentos.

La estructura de la lógica proposicional permite la “demostración” mediante el argumento, en el cual a partir de un conjunto de fórmulas que se suponen, llamadas premisas —hipótesis en otros contextos—; y mediante equivalencias y reglas de inferencia, derivadas de las definiciones de los conectivos anteriores, se deduce una proposición —conclusión— que deberá ser verdadera siempre que las premisas sean verdaderas. Esto demuestra cierta dependencia, en términos de valor de verdad, entre las premisas y la conclusión.

Una regla de inferencia es un criterio que dictamina una conclusión válida dada cierta estructura en las premisas, éstas aseguran que la conclusión sea verdadera siempre que las premisas lo sean. Las reglas de identidad entre fórmulas permiten un remplazo bidireccional de dichas expresiones, aun cuando se encuentran contenidas en una fórmula. Las 19 reglas tratadas con anterioridad son básicas en la lógica proposicional, se pueden verificar mediante tablas de verdad. El símbolo ∴ se lee como "por lo tanto" e indica la conclusión.

En términos llanos, la validez se trata del nexo o vínculo que existe entre las premisas y la conclusión de un argumento. Cuando las premisas son suficientes para llevarnos a la conclusión entonces diremos que el argumento es válido. Por lo que, en cierto sentido, se examina la propiedad de las premisas de implicar la conclusión.

Las tablas de verdad, sobre las cuales ya se ha hablado con anterioridad, constituyen una de las pruebas formales de validez más importantes. La forma de usarlas con dicho fin se explica a continuación.

Los conectivos lógicos, con sus respectivas propiedades o "reglas", al conformar una fórmula bien formada; esto es, respondiendo a la sintaxis y a la semántica propias del lenguaje lógico, son susceptibles de ser examinados para ver si, dentro de un argumento, lo vuelven válido, i. e. que la conclusión se sigue lógicamente de las premisas.

La validez es una propiedad que puede mostrarse en una implicación que deriva una conclusión de una serie de premisas; así que una tabla de verdad que demuestre la validez de un argumento deberá tener como conectivo principal un condicional. Las premisas que se supone deben "soportar" o justificar la conclusión, se conjuntan para conformar el antecedente; mientras que la conclusión constituye el consecuente, por ser la consecuencia de las premisas, ya sea una, todas o algunas de ellas. Esta fórmula representará al argumento; si su tabla de verdad resulta ser verdadera en cada uno de los casos posibles, entonces diremos que se trata de un argumento lógicamente válido. Si se encuentra un renglón en el cual esta implicación resulte falsa, entonces nos encontramos ante un argumento inválido.

Cabe señalar que este conjunto de premisas y la conclusión —que de ellas se desprende—, puede ser visto en su totalidad como una fórmula; y así, al examinar dicha fórmula a través de una tabla de verdad es posible establecer si tal argumento es válido o inválido, haciendo la respectiva esquematización y procedimiento de revisar aquellos conectivos que intervienen en cada una de las premisas, para obtener así el valor de verdad de la fórmula en general. Siendo explícitos, si la fórmula (en este caso, representa a el argumento) posee una tabla de verdad que es verdadera en todos sus casos diremos que se trata de un argumento válido. Si es posible darle una asignación de valores de verdad verdadera al conjunto de las fórmulas que constituyen el antecedente (las premisas) y, al mismo tiempo tener un consecuente (conclusión) falso, es un argumento inválido.

Ahora bien, visto de un modo más formal la validez de un argumento puede ser examinada en tanto una implicación, en donde las premisas conjuntas implican la consecuencia propuesta:

$$(p_1 \,\&\, p_2 \,\&\, p_3 \,\&\, \ldots \,\&\, p_n) \rightarrow c$$

La tabla de verdad de la anterior fórmula permite la revisión de cada una de las posibilidades para las premisas y de lo que éstas implican, lo que determina si tal argumento es válido o no. Notando que el conectivo principal es una implicación, retomamos la noción que define a este conectivo lógico: siempre será verdadero excepto en el caso tal que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso. De modo que, si todas las premisas fueran verdaderas, entonces necesariamente la conclusión tendrá que ser verdadera, ya que de otro modo el argumento sería inválido.

Si, por el contrario, todas, algunas o una sola premisa resultara ser falsa, la implicación sería verdadera y por ende, el argumento sería válido. En la lógica formal estrictamente hablando no se descarta este caso, puesto que le es de cierta manera indiferente si las proposiciones son verdaderas en tanto *reales*. La lógica no repara en la veracidad de las premisas de las que se parte, sino que más bien toma estos dos valores que puede adquirir la proposición –verdadero o falso– para dilucidar la validez o invalidez del argumento en cuestión. Sin embargo, usualmente al trabajar en un plano que rebase los conocimientos que le conciernen a la lógica, pero que se valga de ella, se partirá de premisas que se suponen como verdaderas, para derivar de ellas sólo conclusiones verdaderas.

La prueba de validez a través de las tablas de verdad constituye un método si bien evidente y claro, impráctico ante fórmulas con más de cuatro variables[1]. Evidentemente constituye una prueba solida e irrefutable, pero su uso como prueba de validez se dificulta cuando el argumento es muy complejo.

De aquí que se recurra a un método de demostración por deducción a partir de las premisas y el uso correcto de las reglas de inferencia. La aplicación de las llamadas "reglas de inferencia" a las premisas, derivan nuevas proposiciones –conclusiones– que a su vez pueden ser usadas para derivar con ellas nuevas proposiciones.

Esta prueba de validez viene también con una objeción; no es como tal una prueba de "invalidez". Antes de entrar en controversia señalemos que una *prueba* tiene la connotación de aportar evidencia que sustente; y que, si bien se pueden aplicar las reglas de inferencia de manera correcta para intentar llegar a una determinada conclusión a partir de un conjunto de premisas, puede que no logre derivar esa conclusión en particular. Esto no quiere decir que la conclusión es falsa, pero tampoco quiere decir que dicha conclusión sea posible deducirla de las premisas. La incapacidad de ofrecer una demostración tal que una determinada conclusión pueda ser inferida de las premisas no prueba la "falsedad" ni la "veracidad" de esa conclusión, ni de la existencia de tal demostración.

[1] Resulta impráctico, lo que no quiere decir en modo alguno que no sea posible realizarlo. Inclusive es posible la creación de un programa tal que pueda hacer una tabla de verdad de 20 letras o más, pero esto resultaría en la generación de más de un millón de casos a evaluar.

Recordemos que, si un individuo no es capaz de llevar a cabo una tarea, esto no significa que sea imposible de realizar. Puede que la falta de tiempo o capacidad le imposibilite realizarla en ese momento. Por lo anterior, no es posible saber con un intento si es o no es posible derivar válidamente cierta conclusión.

El conjunto de reglas de inferencia condicionan el modo en que se pueden usar las premisas que se presentan de antemano, y a partir de ello ir llegando a diversas nuevas proposiciones. Pero si se requiere la realización de la demostración de una conclusión a partir de este conjunto de premisas, la aproximación al problema es radicalmente diferente. A lo que se insta en este último caso es el camino que se debe tomar para llegar a determinado fin; mientras que en el primero, las proposiciones derivadas son producto "inmediato" de la conjugación de las reglas y de las premisas.

Ahora bien, para mostrar evidencia de la imposibilidad de lograr cierta conclusión de las premisas dadas bastaría encontrar una forma en que las premisas se cumplan pero no logren implicar a la conclusión. Esto es, un renglón de la tabla de verdad en el que todas las premisas resulten verdaderas mientras la conclusión resulte ser falsa; este renglón es prueba de que las premisas no obligan a la conclusión.

Para evitar elaborar la tabla de verdad que incluya todas las posibilidades consideremos que basta un renglón que incumpla para que el argumento sea inválido y por lo tanto exista una falacia formal en cualquier demostración que intente justificar la conclusión. Dicho renglón está determinado por una asignación de valores de verdad para las premisas, por lo que lo que en realidad debemos buscar para la prueba de invalidez es una asignación de valores de verdad en las proposiciones atómicas que logren que todas las premisas sean verdaderas y al mismo tiempo la conclusión sea falsa.

Para explicar lo mencionado anteriormente consideremos el siguiente argumento:

1. p v q
2. p v r
3. p /∴ ¬q v ¬r

Vemos que la tabla de verdad completa que corresponde al argumento tiene tres proposiciones atómicas por lo que corresponden 8 renglones en la tabla, recordemos que debemos conjuntar las premisas y todas deben implicar a la conclusión por lo que resulta en la siguiente tabla de verdad:

p	**q**	**r**		**p v q**	**p v r**	**p**	**→**	**¬q v ¬r**
V	V	V		V	V	V	**F**	F
V	V	F		V	V	V	**V**	V
V	F	V		V	V	V	**V**	V

V	F	F		V	V	V	**V**	V
F	V	V		V	V	F	**V**	F
F	V	F		V	F	F	**V**	V
F	F	V		F	V	F	**V**	V
F	F	F		F	F	F	**V**	V

Ahora vemos que en la tabla el primer renglón resulta falsa la implicación lo que dicho renglón funciona como prueba de la invalidez del argumento. Otra forma de mostrar la invalidez es observando los valores necesarios para que la conclusión sea falsa y las premisas verdaderas.

En el ejemplo anterior podíamos notar sin problema que la conclusión resulta falsa cuando tanto la q como la r son verdaderas y además p debía ser verdadera por ser una premisa. Al verificar la asignación de valores p: V, q: V, r: V en cada una de las fórmulas podíamos verificar que las premisas eran verdaderas mientras la conclusión falsa. Para ver la ventaja de asignar valores sin hacer la tabla completa veamos el siguiente argumento:

1. p v (q & s)
2. r v (p →s)
3. ¬p → (q & s)
4. <u>¬s v t   /∴ (p & q) → r</u>

Al tratarse de un argumento de 5 proposiciones atómicas independientes la tabla de verdad debería constar de 32 renglones, esto resultaría ineficiente; para facilitar la prueba de invalidez observamos que la conclusión es falsa cuando el antecedente (p & q) es verdadero y la consecuencia (r) es falsa, la única asignación posible entonces es p: V, q: V, r: F; para continuar vemos que en la segunda premisa, por ser r:F la otra parte de la disyunción (p →s) debe ser verdadera y al ser p:V también tenemos s:V y por ultimo considerando la cuarta y última premisa, dado que s:V la disyunción sólo se cumplirá si t:V; esto completa nuestra asignación de valores p: V, q: V, r: F, s:V, t:V. Por ultimo queda verificar que esta asignación hace verdaderas a las premisas y falsa a la conclusión, una vez verificado, esta asignación constituye nuestra prueba de invalidez para el argumento.

Encontrar los valores que hacen la prueba se facilita con la práctica, eventualmente se adquiere velocidad para probar mentalmente opciones y encontrar rápidamente una buena asignación que pruebe la invalidez. El siguiente ejemplo de prueba de invalidez sirve para mostrar un caso que no hemos estudiado, consideren el argumento:

1. p v q
2. ¬r →p
3. p /∴ ¬r

Entonces podemos intentar la asignación de valores, para que la consecuencia sea falsa es necesario que r: V, además, p es la tercera premisa por lo que también debe ser p: V. Por otra parte, resulta imposible determinar el valor necesario para la q, ya que no está obligada a tener un valor particular, debido a no tener restricciones para el valor de verdad que le corresponde, para ambos valores se obtienen asignaciones que sirven como prueba, tanto las asignaciones (p: V, q: V, r: V) como las asignaciones (p: V, q: F, r: V) son prueba de invalidez para el argumento, tal como se puede verificar observando en la siguiente tabla.

p	**q**	**r**		**p v q**	**¬r →p**	**p**	**→**	**¬r**
V	V	V		V	V	V	**F**	F
V	V	F		V	V	V	**V**	V
V	F	V		V	V	V	**F**	F
V	F	F		V	V	V	**V**	V
F	V	V		V	V	F	**V**	F
F	V	F		V	F	F	**V**	V
F	F	V		F	V	F	**V**	F
F	F	F		F	F	F	**V**	V

Un argumento inválido puede refutarse con al menos una asignación de verdad, lo que indica que puede existir más de una asignación que sirva como prueba de invalidez, incluso todos los renglones como sucede con el siguiente argumento:

1. p v (¬p v q)
2. q ↔ q /∴ ¬p & p

p	**q**		**p v (¬p v q)**	**q ↔ q**	**→**	**¬p & p**
V	V		V	V	**F**	F
V	F		V	V	**F**	F
F	V		V	V	**F**	F
F	F		V	V	**F**	F

Actividad **Sesión VI.**

Determina una asignación de valores de verdad que pueda usarse como prueba de la invalidez de los siguientes argumentos:

1. p → q
2. ¬p /∴ ¬q

p:	q:

1. p & q
2. ¬p v q /∴ ¬p

p:	q:

1. p ↔ q
2. ¬q → ¬p
3. ¬p v q /∴ q

p:	q:

1. p ↔ (q & p)
2. q → p
3. p v q /∴ ¬q & ¬p

p:	q:

1. p → (q & ¬r)
2. ¬[(¬p → q) v r]
3. q → r /∴ p v (q v r)

p:	q:	r:

1. (q & ¬r) → r
2. ¬ [(¬p → ¬q) & r]
3. r → p /∴ p & (q v r)

p:	q:	r:

1. p v q
2. ¬p v ¬q /∴ ¬p v q

p:	q:

1. p → (q v r)
2. (¬p → q) v r
3. ¬r /∴ p

p:	q:	r:

1. q → (q & ¬p)
2. (¬p → q) v ¬ r
3. r → (r v p) /∴ p v (¬ q v r)

p:	q:	r:

1. p → (r v q)
2. q → (r v p)
3. r → (p v q)
4. q → r /∴ q → (p & q)

p:	q:	r:

1. (p v q) → (r v ¬q)
2. ¬q → p
3. p → r
4. p v q
5. r
6. r → p /∴ r → (p → q)

p:	q:	r:

Sesión VII. **Falacias informales.**

Varias fuentes electrónicas y fragmentos originales.

Como se mencionó en el apartado anterior, las falacias hacen referencia a errores de razonamiento. Después de dedicar algo de tiempo al estudio de los errores formales, derivados del mal uso de las reglas de la lógica, es momento de voltear la mirada a los errores provocados por factores ajenos a la labor mecánica de proceder, estos errores de razonamiento pueden ocurrir aun cuando se aplican todas las reglas “formales” de la lógica en la demostración de forma correcta, generalmente estas se relacionan con la interpretación de los argumentos.

En lógica se acostumbra reservar el termino ≪*falacia*≫ para los argumentos que, a pesar de ser incorrectos, resultan ser persuasivos de manera psicológica. Algunos argumentos son incorrectos de una forma tan obvia que nadie resulta engañado pero las falacias son peligrosas porque la mayoría de nosotros llegamos a ser engañados al menos una vez. Es conveniente estudiar estos argumentos erróneos porque se puede evitar más eficazmente caer en las trampas una vez que se conocen.

No existe una clasificación definitiva de las falacias informales y no resulta difícil comprender la razón. Es un intento de comprender todas las formas en que el ser humano puede equivocarse, en general, los errores pueden estar mezclados por lo que se busca el error más remarcado en cada caso. Brevemente se mencionan algunas fáciles de identificar recordando la etimología de sus nombres y una breve explicación de las mismas.

Falacia formal: Como se mencionó anteriormente, es un error en el uso de las reglas de la lógica; a diferencia de las falacias informales, generalmente sucede (o se identifica) después de simbolizar el argumento.

Falacia informal (ad ignorantiam): Es un error que se atribuye a la ignorancia, se apela al desconocimiento y falta de información para justificar la conclusión.

Falacia informal (ad populum): Es un error que se atribuye a las mayorías, se apela a la opinión popular para determinar la validez de la conclusión.

Falacia informal (ad hominem): Es un error que se atribuye al hombre, se apela a las circunstancias específicas de una persona para demeritar o sobreestimar sus conclusiones.

Falacia informal (ad baculum): Es un error que se atribuye al bastón, se apela a la fuerza para respaldar un argumento y sus conclusiones, obligando a los otros a aceptarlas.

Argumento Válido: Es un argumento que no necesariamente corresponde con la realidad, pero que tomando por ciertas sus premisas es inevitable que suceda su conclusión, en ellos se sabe que se puede demostrar la conclusión siguiendo las reglas de la lógica.

Además de estas existen muchas otras clasificaciones para las falacias, algunas menos marcadas. En la mayoría de las ocasiones los argumentos presentan más de un tipo de estas falacias por lo que no son excluyentes, la intención es identificar los diversos orígenes que puede tener un error de razonamiento. A continuación se desarrollan 18 tipos de falacias divididos en dos grupos grandes: las *falacias de atingencia* y *falacias de ambigüedad*.

Falacias de atingencia

Cuando un argumento descansa en premisas que no son pertinentes para su conclusión y, por lo tanto, no pueden establecer de manera apropiada su verdad, la falacia cometida es de atingencia. Las premisas son psicológicamente atingentes para la conclusión y esto explica su aparente correctitud y su persuasion.

1. El argumento por la ignorancia: argumento *ad ignorantiam*

Es el error que se comete cuando se argumenta que una proposición es verdadera sobre la base de que no se ha probado su falsedad o, a la inversa, de que es falsa porque no se ha probado su verdad. Existen muchas proposiciones verdaderas cuya verdad no se ha demostrado e igualmente proposiciones falsas cuya falsedad no se ha probado; así nuestra ignorancia sobre como probar o refutar una proposición no establece su verdad o falsedad. Esta apelación falaz a la ignorancia aparece en forma más común en la investigación científica mal entendida, al igual que en el mundo de la pseudociencia, donde las proposiciones acerca de fenómenos psíquicos y otros similares se consideran falazmente verdaderas porque su falsedad no ha sido establecida concluyentemente.

Por supuesto, el hecho de que no se hayan obtenido ciertas evidencias o resultados luego de haberse buscado de modo activo en formas calculadas para hallarlos puede, bajo ciertas circunstancias, ser una importante fuerza argumentativa. Por ejemplo, cuando se hacen pruebas para determinar si un nuevo medicamento es seguro, comúnmente se le proporciona a roedores durante periodos prolongados de tiempo. La ausencia de cualquier efecto toxico en los roedores se toma como evidencia (aunque no conclusiva) de que la droga probablemente no es toxica para los seres humanos.

2. La apelación inapropiada a la autoridad: argumento *ad verecundiam*

Cuando argumentamos que una conclusión determinada es correcta sobre la base de que un experto ha arribado a esa opinión, no cometemos una falacia. De hecho tal recurso a la autoridad es necesario para la mayoría de nosotros en casi todos los ámbitos. Por supuesto, el juicio de un experto no es una prueba concluyente. Los expertos con frecuencia están en desacuerdo, pero una opinión experta es una forma “razonable” de apoyar una conclusión.

La falacia *ad verecundiam* ocurre cuando se hace una apelación a personas que no tienen autoridad legítima en la materia en discusión. Así, en una discusión sobre moralidad una apelación a las opiniones de Darwin, autoridad en biología, seria falaz. Pero se debe tener cuidado en determinar qué autoridad es razonable para un determinado asunto y cual no lo es, considerando la relación entre el tema que se trata y la experiencia del experto.

Un ejemplo común de esta falacia aparece en los ≪testimonios≫ publicitarios. Por ejemplo, se anima a la audiencia a manejar un automóvil de determinada marca porque un famoso deportista afirma su superioridad. Esto puede consistir en un error muy simple de evitar pero hay circunstancias en las cuales la apelación falaz es muy tentadora.

3. Pregunta compleja

Esta es una de las falacias más cotidianas, consiste en formular una pregunta de forma que se presupone la verdad de una conclusión implícita en la misma pregunta; es probable que la pregunta misma sea retórica y no busque genuinamente una respuesta. Pero al formular con seriedad la pregunta muchas veces se logra de modo falaz el propósito de quien interroga. Ejemplos de preguntas complejas son ≪Los datos parecen indicar que sus ventas se incrementaron como resultado de la publicidad tendenciosa .¿No es así?≫ y ≪.'¿Ha usted dejado de golpear a su pareja?≫. El éxito de la falacia consiste en que responder ≪sí≫ o ≪no≫ se interpreta como la aceptación de que se o bien usa publicidad tendenciosa o se golpea a la pareja, respectivamente. El tratamiento inteligente es dividir la pregunta. . ¿Ha golpeado a su pareja?. ¿Lo sigue haciendo? De esta forma al responder ≪Yo nunca he golpeado a mi pareja≫ a esta pregunta que originalmente era implícita, la pregunta original simplemente se diluye.

4. Argumento *ad hominem*

La frase ≪ad hominem≫ se traduce como ≪contra el hombre≫. Nombra un ataque falaz dirigido no contra la conclusión que se desea negar, sino contra la persona que la defiende. Esta falacia tiene dos formas principales, porque hay dos formas de hacer el ataque.

4A. Argumento *ad hominem abusivo*

En las discusiones violentas es muy común menospreciar a los interlocutores: negar su inteligencia, cuestionar su integridad, etc. Pero el carácter personal de un individuo el irrelevante lógicamente para la verdad o falsedad de lo que dice la persona. Las premisas abusivas son irrelevantes, pero muchas veces pueden persuadir por medio del proceso psicológico de transferencia. Si se puede evocar una actitud de desaprobación sobre una persona, esta desaprobación emocional se puede extender hasta el punto de estar en desacuerdo con sus afirmaciones.

4B. Argumento *ad hominem circunstancial*

Esta variante de la falacia ad *hominem* se basa en la irrelevancia que existe entre las creencias que se defienden y las circunstancias de sus defensores. Un oponente debe aceptar (o rechazar) alguna conclusión debido tan solo a su ocupación, nacionalidad o alguna otra circunstancia. Un candidato político, se puede alegar con esta falacia, debe apoyar una determinada política puesto que es la que defiende su partido. Las circunstancias del oponente se usan con frecuencia, falazmente, como si fueran las razones suficientes para rechazar la conclusión que sostienen. Si un argumento cuya conclusión es favorable a alguna minoría seria falaz atacarlo tan solo sobre la base de que es presentado por un miembro de esa minoría.

5 y 6. Accidente y accidente inverso

Estas dos falacias surgen como resultado del uso descuidado de las generalizaciones. En la mayoría de los asuntos de importancia en la vida pública confiamos en enunciados generales acerca de cómo son las cosas o cómo se comporta la gente. Cuando se aplica una afirmación en un caso particular de manera inapropiada se comete una falacia de accidente. Cuando, al contrario, aplicamos un principio que es verdadero en un caso particular como si lo fuera en general cometemos la falacia de accidente inverso. Un ejemplo simple de falacia de accidente es ≪Todos los mexicanos escuchan banda≫. Por otra parte si consideramos que el alcohol es dañino cuando algunos lo toman para prohibirlo a todos se estaría cometiendo un accidente inverso.

7. Causa falsa

La naturaleza de la conexión entre causa efecto – y cómo podemos determinar si existe o no tal conexión – son problemas centrales de la lógica inductiva y del método científico. Es fácil ver que cualquier razonamiento que descansa en tratar como causa de un fenómeno algo que en realidad no lo es incurre en un serio error. Una variedad muy común, y frecuentemente engañosa, de esta falacia es concluir que un evento es causado por otro simplemente porque sucede uno luego del otro. A pesar de que sabemos que la mera sucesión temporal no establece una conexión causal esto puede engañarnos. Esto podemos verlo, por ejemplo, en testimonios de tratamientos milagrosos, donde se atribuye la cura de un malestar a cierto producto debido a que se ingirió con anterioridad.

8. Petición de principio: *petitio principii*

Esta falacia consiste en suponer lo que se quiere probar como verdadero. Puede parecer un error tonto, sin embargo las premisas se pueden presentar de forma que no sea tan evidente el error. Con frecuencia la formulación obscurece el hecho de que en una de las premisas se encuentra implícitamente la conclusión. Cada petición de principio es un argumento circular, pero el círculo puede pasar inadvertido, sea grande o pequeño.

9. Apelaciones a las emociones: ad passiones

En esta las premisas no son relevantes a la conclusión, pero se eligen en forma deliberada como instrumentos para manipular las creencias del oyente o lector. El argumento *ad passiones* consiste en manipular las emociones del oponente o publico en lugar de usar argumentos válidos. Es un recurso muy utilizado por propagandistas. Los discursos de Adolfo Hitler, que llevaron a su audiencia alemana a un estado de éxtasis patriótico, se pueden tomar como un ejemplo clásico. El uso del amor al país para manipular a la audiencia es intelectualmente censurable. Gracias a la publicidad el uso de esta falacia se ha elevado casi al estado de un arte. Se hacen reiterados intentos para asociar un producto con cosas que previsiblemente han de ser aprobadas por nosotros o serán capaces de excitarnos en forma considerable. Tan inteligentes y persistentes son estos artistas contemporáneos del engaño que somos influenciados a pesar de nuestro deseo de resistir.

10. Apelaciones a la piedad: ad misericordiam

En esta las premisas no son relevantes a la conclusión, pero se eligen en forma deliberada como instrumentos para manipular las creencias del oyente o lector. El argumento *ad misericordiam* se puede ver como un caso especial de la apelación a las emociones, en la cual las emociones especiales a las que se apela son la piedad y el altruismo. En las cortes de justicia con frecuencia el fiscal presenta los casos en la forma más conmovedora al jurado (en los sistemas donde hay un jurado). La decisión de culpabilidad o inocencia no debe basarse en la simpatía del jurado. Un ejemplo ridículo se encuentra en la historia de un joven acusado de asesinar a sus padres con un hacha, con abrumadoras evidencias que probaban su culpabilidad, pidió clemencia sobre la base de que era huérfano.

11. Apelaciones a la fuerza: ad baculum

En esta las premisas no son relevantes a la conclusión, pero se eligen en forma deliberada como instrumentos para manipular las creencias del oyente o lector. El argumento *ad baculum*, la apelación a la fuerza para producir aceptación de una determinada conclusión, parece ser tan obvio que no necesita explicarse más. El uso de los métodos de 'mano dura' para someter a los oponentes parece ser el último recurso, cuando los métodos racionales han fallado. ≪El poder hace la fuerza≫ es un principio poco sutil. Pero hay ocasiones en que estos argumentos se emplean con sutileza.

12. Sofisma populista: El argumento *ad populum*

La base de esta falacia radica en suponer que una proposición es correcta porque es popular, es decir que la gente en general la apoya. Los argumentos ad populum se suelen usar en discursos más o menos populistas, y también en las discusiones cotidianas. También se utiliza en política y en los medios de comunicación aunque no es tan poderosa como el argumentum ad hominem. Suele adquirir mayor firmeza cuando va acompañada de un sondeo o encuesta que respalda la afirmación falaz. A pesar de todo, es bastante sutil y para oídos poco acostumbrados al razonamiento puede pasar inadvertido.

Esta falacia se puede ver como una tipo de falacia *ad verecundiam* donde la autoridad se le atribuye a un gran colectivo de la población. Hay dos tipos especiales de falacia *ad populum* que merecen ser mencionados: la apelación a la tradición y la apelación a la práctica común. La apelación a la tradición es decir algo como: esto siempre se ha hecho así, por lo tanto es así. La apelación a la práctica común, en cambio, es decir algo como: todo el mundo lo hace así, por lo tanto es así.

13. Conclusión inatingente: *ignorantio elenchi*

La falacia de *ignorantio elenchi* se comete cuando un argumento que permite establecer una conclusión particular se dirige a probar una conclusión diferente. El razonamiento parece verosímil en sí mismo y, sin embargo, el argumento es erróneo como defensa de la conclusión en disputa. Por ejemplo, las reformas particulares a las leyes fiscales con frecuencia se defienden haciendo hincapié sobre la necesidad de reducir los déficits fiscales, cuando el punto real es la bondad de una nueva medida fiscal o de un nuevo impuesto. Los programas para apoyar a la industria de la construcción o automotriz se han llegado a defender con premisas que implican la necesidad de ayuda pero no la de un tipo específico al programa en cuestión.

También cuando se trata de la conveniencia de desarrollar un nuevo y más caro sistema de defensa, las premisas equivocaran el punto si únicamente resaltan la necesidad de fortalecer la defensa nacional. La cuestión real es si el sistema militar propuesto es el que realmente se necesita y desea. Se puede decir que todas las falacias de atingencia son, en cierto sentido, falacias de *ignorantio elenchi*. Pero tal como aquí usamos el término, es la falacia que se comete cuando el argumento no prueba su conclusión sin incurrir en aquellos errores que caracterizan a las otras falacias basadas en la inatingencia.

Falacias de ambigüedad

A veces los argumentos fracasan porque en su formulación aparecen palabras o frases ambiguas, cuyos significados cambian en el curso del argumento, produciendo así una falacia. A veces se les llama *sofismas.* Distinguimos cinco variedades de ellas.

1. Equívoco

Muchas palabras tienen más de un significado literal y en gran parte de los casos no tenemos dificultad en distinguir cual es el sentido en el que se usan. Pero a veces los distintos significados de una palabra se confunden – accidental o deliberadamente – y en tales casos decimos que una palabra se usa *equívocamente*. Si lo hacemos en el contexto de un argumento, cometemos la falacia de equívoco.

El siguiente ejemplo es un pasaje de *A través del espejo, y lo que Alicia encontró allí*:

-¿A quién pasaste en el camino?- le pregunto el rey al mensajero. -A nadie- dijo el mensajero. Muy bien -dijo el rey- esta joven dama también lo vio. Así que nadie camina más despacio que tú.

Otro caso que merece una mención especial tiene que ver con los términos ≪relativos≫ que poseen distintos significados en distintos contextos. Por ejemplo, la palabra ≪alto≫ es una palabra relativa; un hombre alto y un edificio alto se encuentran en categorías muy distintas. Ciertas formas de argumentar que son válidas para los términos no relativos resultan falaces cuando se reemplazan por términos relativos. Un elefante es un animal Por lo tanto un elefante gris es un animal gris. El argumento anterior resulta falaz si se usa la palabra ≪pequeño≫ en lugar de gris porque un elefante pequeño es un animal grande.

2. Anfibología

La falacia de anfibología ocurre cuando se argumenta a partir de premisas cuyas formulaciones son ambiguas a causa de su construcción gramatical. Un enunciado es anfibológico cuando su significado esta indeterminado debido a la forma en que se combinan sus palabras. Un enunciado anfibológico puede ser verdadero bajo una interpretación y falso bajo otra.

Cuando se enuncia en las premisas bajo la interpretación que lo hace verdadero y se extrae una conclusión donde se incurre a la interpretación que lo hace falso se comete la falacia de anfibología. Creso, el rey de Lidia, fue advertido al consultar el oráculo de Delfos de que ≪si Creso va a la guerra contra Ciro, destruirá un poderoso reino≫. Entusiasmado con esta predicción ataco y fue destruido por Ciro, el rey de Persia. Desesperado, compareció de nuevo ante el oráculo, cuyos sacerdotes le dijeron que la respuesta había sido totalmente correcta, al ir a la guerra contra Ciro, Creso *había* destruido un poderoso reino, !el suyo!.

3. Acento

Un argumento puede resultar engañoso e invalido cuando el cambio de significado surge a partir de cambios de énfasis en las palabras o en sus partes. Cuando una premisa obtiene su significado de un posible énfasis pero la conclusión que de ella se obtiene descansa en el significado de las mismas palabras enfatizadas en forma diferente, se comete la falacia de acento. No *debemos hablar* mal de *nuestros amigos.* Hay por lo menos cinco significados que se pueden atribuir a estas palabras, dependiendo de cuál de ellas sea enfatizada. A veces el acento se usa deliberadamente para perjudicar seriamente al autor de un determinado libro o documento, insertan (o borrando) las cursivas para cambiar el significado de lo que fue originalmente escrito. O, al hacer con mayor amplitud la falacia de acento, se produce una distorsión citando simplemente un enunciado fuera de su contexto, el que aclara el sentido en el cual debe entenderse.

También un crítico teatral puede ver distorsionadas sus palabras cuando afirma que una nueva pieza teatral difícilmente lograra un gran éxito en Broadway, al leer que afirmo ≪...

logrará un gran éxito en Broadway este año.≫ Para evitar tales distorsiones, el escritor debe ser meticuloso al citar, indicando siempre con cursivas las palabras citadas y colocando puntos suspensivos donde se ha hecho una omisión. Por si mismos, los pasajes acentuados no son estrictamente falaces, incurren en falacias cuando la interpretación de una frase, de acuerdo con su acento, se usa para extraer una conclusión.

4. Composición

El termino ≪falacia de composición≫ se aplica a dos tipos íntimamente relacionados de argumentos inválidos. El primero de ellos se puede describir como el razonamiento que falazmente atribuye las propiedades de las partes de un todo a este. Un ejemplo consistiría en argumentar que puesto que cada parte de una maquina es ligera en su peso, la máquina, considerada ≪como un todo≫ también es ligera. El error resulta manifiesto cuando consideramos que una maquina muy pesada puede consistir de un gran número de partes más ligeras. Sin embargo, no todos los ejemplos de este tipo de falacia son tan obvios. Uno puede escuchar que se argumenta con toda seriedad que puesto que cada escena de una determinada obra posee una gran perfección artística, la obra considerada como un todo es artísticamente perfecta.

El otro tipo de falacia de composición es exactamente paralelo al anterior. Aquí el razonamiento falaz parte de los atributos de los elementos de una colección a los atributos de la colección o totalidad que agrupa a esos elementos. Las bombas atómicas arrojadas durante la segunda guerra mundial causaron más daño que las bombas ordinarias, pero solamente en el sentido distributivo (una bomba atómica vs una bomba ordinaria). El asunto es exactamente inverso cuando se consideran colectivamente, porque se han arrojado mucho más bombas convencionales que bombas atómicas a lo largo de la historia.

5. División

La falacia de división es la inversa de la falacia de composición. En ella está presente la misma confusión, pero la inferencia es en dirección opuesta. Aquí también se distinguen dos variantes de la falacia. El primer tipo consiste en argumentar falazmente que lo que es verdad de una totalidad también debe ser cierto de cada una de sus partes. Un ejemplo de este argumento seria argumentar de un individuo es un extraordinario atleta porque juega en un equipo sobresaliente. O que puesto que una maquina es costosa cada parte de ella debe ser costosa.

El segundo tipo de falacia de división se comete cuando uno argumenta a partir de los atributos de una colección de atributos para concluir algo acerca de los atributos de los elementos mismos. Argumentar que puesto que los estudiantes de la universidad estudian medicina, derecho, ingeniería, artes visuales y química, entonces cada uno de ellos estudia todas esas carreras seria incurrir en el segundo tipo de falacia de división. Con frecuencia los argumentos de esta clase de falacia se confunden con los argumentos válidos, pues lo que es verdad de una clase considerada distributivamente también lo es de cada uno de sus elementos.

Un ejemplo, que es un chiste, es una parodia del clásico silogismo sobre la mortalidad de Sócrates. Los indios americanos están desapareciendo. Ese hombre es un indio americano. Por lo tanto, ese hombre está desapareciendo. Hay semejanzas entre las falacias de división y de accidente, lo mismo que entre las falacias de composición y de accidente inverso. Pero estas similitudes son solamente superficiales y una explicación de las diferencias reales entre los miembros de los dos pares de tipos de falacias será útil para comprender el error correspondiente a cada uno de ellos.

Si a partir de la observación de algunas partes de una maquina pretendemos inferir que todas las partes de ella tienen las mismas propiedades que las partes examinadas, cometeríamos la falacia de accidente inverso, pues lo que es verdad de algunos elementos no necesariamente es verdad de todos ellos. Si examinando todas las partes concluimos que cada una de ellas ha sido construida cuidadosamente y a partir de ello queremos extraer la inferencia de que la maquina en su totalidad fue *construida* cuidadosamente razonamos falazmente, pero en este caso la falacia que cometemos es la de composición.

De manera parecida, la división y el accidente son dos falacias distintas: su semejanza superficial oculta el mismo tipo de diferencia subyacente. En la de división argumentamos que como la clase misma posee cierto atributo, cada uno de sus elementos también lo tiene. Así, es una falacia de división concluir que como un ejército es casi invencible, cada una de sus unidades casi es invencible. En la de accidente argumentamos que puesto que alguna regla se aplica en general, no hay circunstancias especiales en las cuales no se aplique. Así, cometemos la falacia de accidente cuando insistimos en que una persona debe ser multada por haber pasado por alto el letrero de ≪Se prohíbe nadar≫ al ir al rescate de alguien que se estaba ahogando.

Actividad **Sesión VII.**

Nota: En caso de ser necesario, se recomienda dedicar algo de tiempo extra a las demostraciones de la sesión anterior, pues resultan la parte más exigente del examen. Ejemplos de falacias formales pueden ayudar con ese objetivo. Recuerden que las falacias formales ocurren cuando se usan de forma incorrecta (invalida) las reglas de la lógica.

Identifica y justifica la respuesta correcta en los siguientes problemas:

1.- Pedro dijo: *Incluso los feos tienen sentimientos*. Juan responde: *Lo que dices debe ser falso pues tú eres feo*. ¿Qué tipo de falacia es la anterior?

a) Formal
b) Informal (*ad ignorantiam*)
c) Informal (*ad populum*)
d) Informal (*ad hominem*)
e) Informal (*ad baculum*)

2.- Si dios existe entonces creó el universo. Además si algo es creado existe. Sabemos que el universo existe. Luego dios existe. ¿Qué tipo de argumento es el anterior?

a) Falacia Formal
b) Falacia Informal (*ad ignorantiam*)
c) Falacia Informal (*ad baculum*)
d) Falacia Informal (*ad populum*)
e) Argumento Valido

3.- Si los políticos cumplen con su deber el país no seguirá tan mal. Como no conoces un político que no cumpla con su deber, debe ser el caso que el país no seguirá tan mal. ¿Qué tipo de argumento es el anterior?

a) Falacia Formal
b) Falacia Informal (*ad ignorantiam*)
c) Falacia Informal (*ad baculum*)
d) Falacia Informal (*ad populum*)
e) Argumento Valido

4.- Si tomo licuado de fresa seré feliz. Por ello puedo concluir que: Si tomo licuado de fresa con popo seré feliz. ¿Qué tipo de argumento es el anterior?

a) Falacia Formal
b) Falacia Informal (*ad ignorantiam*)
c) Falacia Informal (*ad baculum*)
d) Falacia Informal (*ad hominem*)
e) Argumento Valido

5.- La tierra que pisas me pertenece, harás lo que te diga o te sacaremos a la fuerza. ¿Qué tipo de argumento es el anterior?

a) Falacia Formal
b) Falacia Informal (*ad ignorantiam*)
c) Falacia Informal (*ad baculum*)
d) Falacia Informal (*ad hominem*)
e) Argumento Valido

6.- El maestro debe cancelar el examen, esto debido a que la mayoría en el salón está de acuerdo con que se posponga el examen a mañana. ¿Qué tipo de argumento es el anterior?

a) Falacia Formal
b) Falacia Informal (*ad ignorantiam*)
c) Falacia Informal (*ad baculum*)
d) Falacia Informal (*ad populum*)
e) Argumento Valido

7.- Creemos que el virus de la influenza fue un invento del gobierno, dado que nunca conocimos una persona infectada con dicho virus. ¿Qué tipo de argumento es el anterior?

a) Falacia Formal
b) Falacia Informal (*ad ignorantiam*)
c) Falacia Informal (*ad baculum*)
d) Falacia Informal (*ad populum*)
e) Argumento Valido

Sesión VIII. **Lógica categórica y de predicados.**

Varias fuentes electrónicas y fragmentos originales.

La lógica categórica

La lógica categórica y el cuadro de oposición se originaron con Aristóteles en el siglo IV antes de Cristo y se ha difundido en los textos de lógica desde entonces. Aunque ha sido severamente criticado en las últimas décadas, todavía se estudia en cursos iniciales regularmente.

La lógica categórica, como la lógica proposicional que se estudió en los apartados anteriores, es un tipo específico de lógica que estudia, como su nombre lo indica, proposiciones categóricas. Una proposición categórica es la que afirma o niega que todos o algunos de los miembros de una categoría (el término sujeto) están incluidos en otra (el término predicado).

El estudio de los argumentos usando afirmaciones categóricas (es decir, silogismos) constituye una rama importante de razonamiento deductivo. A diferencia de la lógica proposicional en la cual todas las afirmaciones son en principio independientes, en la lógica categórica existen vínculos al compartir sujeto o predicado diversas proposiciones, lo que hace que las proposiciones puedan estar relacionadas de manera inseparable.

Los antiguos filósofos griegos identificaron cuatro tipos distintos primarios de proposición categórica. Si, de manera abstracta, la categoría de sujeto es nombrada S y la categoría de predicados es nombrada P, las cuatro formas estándar son:

Todo S es P.
Ningún S es P.
Algún S es P.
Algún S no es P.

Estas cuatro categorías básicas fueron el pilar de los estudios de lógica que desarrollaron Aristóteles y otros griegos. Notando que con ellas se podían expresar una gran cantidad de afirmaciones, además, convertir la mayoría de los enunciados en una expresión de alguna de las formas anteriores sin alterar o manteniendo la mayoría del significado original.

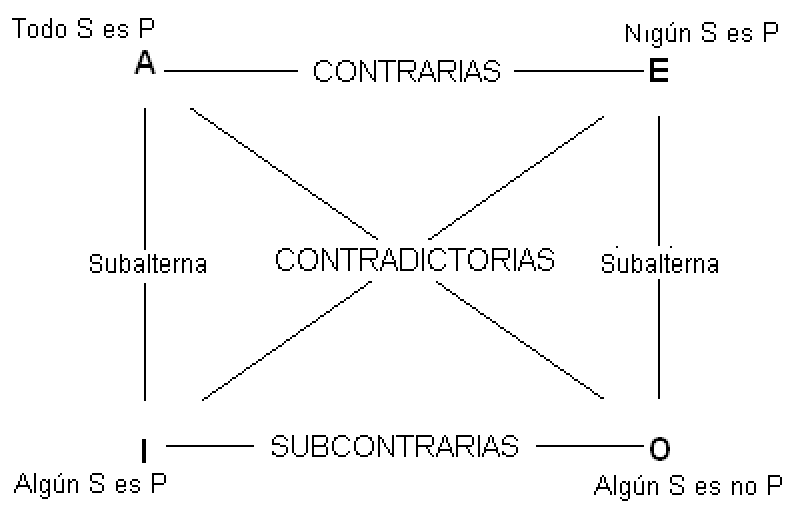
El estudio de estas formas desemboco en el desarrollo de múltiples silogismos llamados modos que facilitaban la obtención de conclusiones validas de acuerdo a las formas de las premisas. El conocimiento de las cuatro formas fue resumido en un cuadro que se explicara a continuación.

El cuadro de oposición

El cuadro de oposición resume las tesis encontradas en la lógica categórica facilitando la identificación de la relación existente en las diversas formas, para ello se asignan nombres a cada forma de las proposiciones, además aprovechamos para recordar la intención de cada forma en términos de calidad y extensión:

A	Todo S es P	Universal Afirmativo
E	Ningún S es P	Universal Negativo
I	Algún S es P	Particular Afirmativo
O	Algún S no es P	Particular Negativo

Podemos ver que las formas son combinaciones de calidad y extensión, siendo los valores de calidad afirmativo y negativo, mientras la extensión universal o particular afecta directamente en la cantidad de elementos que afecta. Por una parte, “Todos” y “Ninguno” afectan a la totalidad de elementos, por otra parte “Algún” afecta al menos a un elemento sin poder saber a cuántos de ellos. Ahora veamos cual es la disposición de lo anterior en el cuadro de oposición.



Para comprender el cuadro por completo hace falta precisar las relaciones que establece entre cada forma. A continuación se explicaran cada una de las relaciones expuestas en el cuadro.

> Dos proposiciones son contradictorias si y sólo si no pueden ser ambas verdaderas y no pueden ser ambas falsas.

Dos proposiciones son contrarias si y sólo si ambas no pueden ser ciertas, pero pueden ser ambas falsas.[2]

Dos proposiciones son subcontrarias si y sólo si ambas no pueden ser falsas, pero pueden ser ambas verdaderas.[3]

Una proposición es una subalterna de otro si y sólo si tiene que ser cierto que cuando la superalterna (alterna universal) es verdad también debe serlo la subalterna (alterna particular), y la superalterna debe ser falsa cuando la subalterna es falsa.[4]

Esto explica brevemente el vínculo que existe entre las formas del cuadro de oposición y como el valor de algunas de ellas afecta en el valor de verdad de las otras. Otra forma de recordarlo es mediante la tabla de consecuencias.

	A	**E**	**I**	**O**
A es verdadero	V	F	V	F
A es falso	F	Ind.	Ind.	V
E es verdadero	F	V	F	V
E es falso	Ind.	F	V	Ind.
I es verdadero	Ind.	F	V	Ind.
I es falso	F	V	F	V
O es verdadero	F	Ind.	Ind.	V
O es falso	V	F	V	F

En la tabla anterior se resumen las influencias de las formas en las otras, por ejemplo si la forma I es F (Falso) la forma E debe ser V (Verdadero). Se utiliza Ind. (Indeterminado) para referir a los casos que no son concluyentes, pudiendo ser ambos valores posibles en diferentes escenarios.

Silogismos categóricos

[2] Esta descripción es correcta mientras el conjunto del que trata el sujeto sea no vacío, pues este conjunto como dominio de discurso tiene propiedades especiales. A menos que se indique lo contrario, en este curso asumiremos que existen objetos de los que hablamos y por eso no pueden todos y ninguno cumplir un mismo predicado.
[3] Lo mismo que el punto anterior. En un conjunto vacío las formas particulares son falsas pues no hay objetos de los cuales hablar, mientras que las formas universales son verdaderas puesto que no se puede mostrar algo que las incumpla.
[4] Estas implicaciones solo se cumplen, como las dos anteriores, en conjuntos no vacios.

Además del cuadro de oposición uno de los resultados notables de la época fueron los silogismos, que son reglas de inferencia categóricas que consideran dos premisas con un término común llamado término medio para dar conclusiones categóricas. En su momento fue uno de los pilares fundamentales del conocimiento.

Este método de argumentación es obsoleto, pero es bueno para iniciarse cuando uno tiene buena memoria. El entendimiento de las formas categóricas debería ahorrarse memorizar todas las formas validas que para Aristóteles eran diecinueve. Para esto creo cantos para recordarlos, se resumen en la tabla siguiente:

	Así los modos válidos	**Se memorizaban cantando**
De la primera figura	AAA, EAE, AII, EIO	*BARBARA, CELARENT, DARII, FERIO*
De la segunda figura	EAE, AEE, EIO, AOO	*CESARE, CAMESTRES, FESTINO, BAROCO*
De la tercera figura	AAI, IAI, AII, EAO, OAO, EIO	*DARAPTI, DISAMIS, DATISI, FELAPTON, BOCARDO, FERISON*
De la cuarta figura	AAI, AEE, IAI, EAO, EIO	*BAMALIP, CAMENES, DIMATIS, FESAPO, FRESISON*

Los modos explican el tipo de premisas y conclusión del silogismo, mientras que las figuras eran las formas en que podían enlazarse las premisas mediante el término medio. Las cuatro figuras de Aristóteles se resumen en la siguiente tabla:

ELEMENTO	**1ª FIGURA**	**2ª FIGURA**	**3ª FIGURA**	**4ª FIGURA**
Premisa mayor	M P	P M	M P	P M
Premisa menor	S M	S M	M S	M S
Conclusión	**S P**	**S P**	**S P**	**S P**

Para comprender la identificación de figuras debemos identificar la forma categórica de las premisas y el término medio, para después acudir a las tablas para obtener una conclusión. Un ejemplo en el que se aplica lo anterior es:

Todos los lógicos son buenos.

Todos los lógicos son extravagantes.

Identificamos la forma de ambas y resaltamos el término medio:

A Todos los **lógicos** son buenos.

A Todos los **lógicos** son extravagantes.

Por lo que tratamos con la tercera figura en la que el término medio aparece primero en ambas premisas. Por otra parte, el silogismo valido con dos premisas universales afirmativas de la tercera figura es AAI, por lo que nuestra conclusión debe ser de forma I (particular afirmativa, de donde la conclusión posible es:

I Algunos buenos son extravagantes.

Esto debe hacer sentido en tanto que si todos los lógicos son buenos y todos los lógicos son extravagantes, evidentemente todos los lógicos son buenos y extravagantes; esto nos inspira a concluir que algunos buenos son extravagantes.

De forma similar en otros ejemplos podemos obtener conclusiones identificando la figura y el silogismo adecuado:

Todos los humanos son **seres vivos**.

Todos los **seres vivos** son mortales.

Resulta de la primera figura, aplicando el silogismo BARBARA obtenemos la siguiente conclusión valida de lógica categórica:

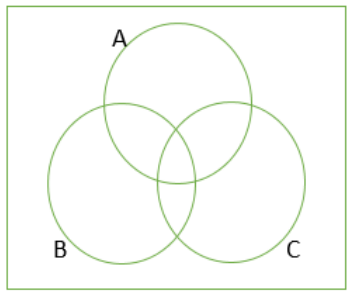
Todos los humanos son mortales.

El método mecánico facilita la obtención de conclusiones mediante la memoria pero no hace consideración en el conjunto vacío al sacar conclusiones, lo que puede derivar en razonamientos incorrectos. Es preferible el entendimiento de las categorías mediante otras técnicas, como los diagramas de Ven que veremos a continuación.

Diagramas de Venn Euler

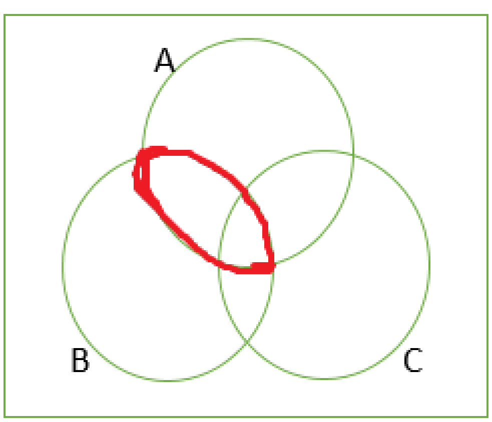
Los diagramas de Venn fueron ideados por John Venn, quien fue un lógico británico del siglo XIX. Sus diagramas son representaciones gráficas usadas en lógica y en matemáticas para la representación de conjuntos. Mediante reglas y convenciones esquemáticas facilitan la apreciación de un universo particular y algunos predicados.

Más en concreto, los diagramas de Venn utilizan (uno dos o hasta tres) círculos dentro de un rectángulo para representar la extensión del conjunto de cosas (elementos) que cumplen ciertas condiciones (predicados). El esquema básico es el siguiente:

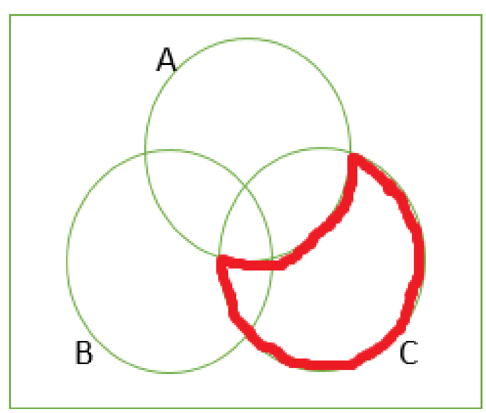


El rectángulo representa al universo y cada círculo representa un conjunto particular de objetos. El diagrama permite visualizar los objetos que están en la intersección de predicados, es decir, cumplen simultáneamente pertenecer a más de uno de los grupos de objetos.

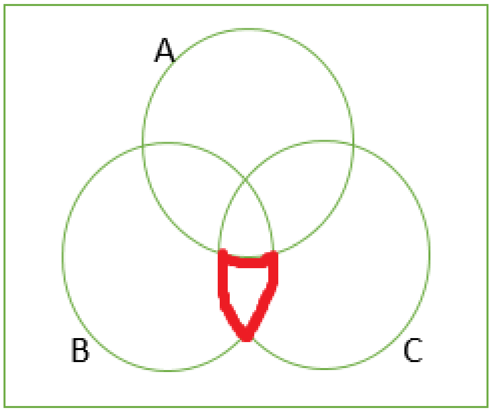
Entonces podemos atribuir significados a los círculos A, B y C para hacer nuestro análisis, por ejemplo, tomemos los conjuntos A: “Matemáticos”, B: “Buscadores de la verdad” y por último C: “Científicos”. En este contexto podemos interpretar diferentes regiones del diagrama. Como en los ejemplos siguientes que se describirá el contenido de diferentes regiones:



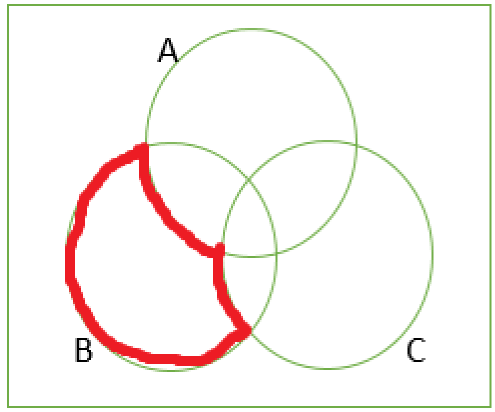
Matematicos buscadores de la verdad.



Cientificos que no son matematicos

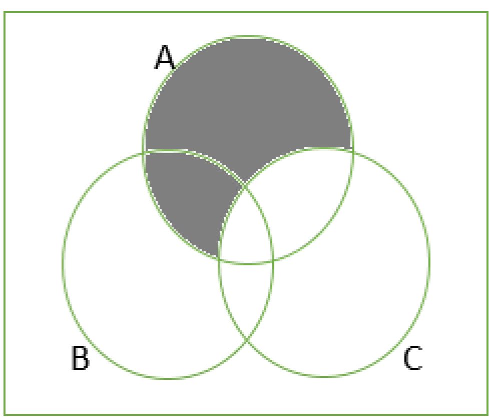


Cientificos buscadores de la verdad que no son Matematicos.

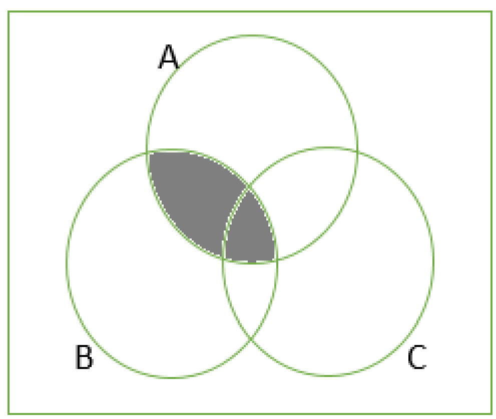


Buscadores de la verdad que no son cientificos ni matematicos

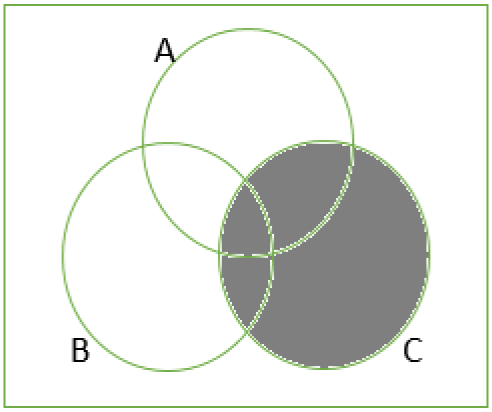
Así se puede ver que cada región representa un grupo particular de individuos que pertenecen a nuestro universo de discurso. Para indicar que no existe nadie en cierta región se debe sombrear la región de modo que al sombrear regiones tenemos la representación de diferentes proposiciones categóricas, además esto deja en claro formas equivalentes de expresar ciertas situaciones:



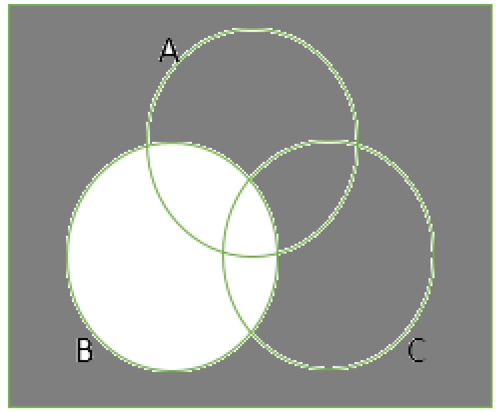
-No hay matematicos que no sean cientificos.
-Todos los matematicos son cientificos.



-No hay matematicos buscadores de la verdad.
-No hay buscadores de la verdad matematicos.
-Ningún matematico es buscador de la verdad.

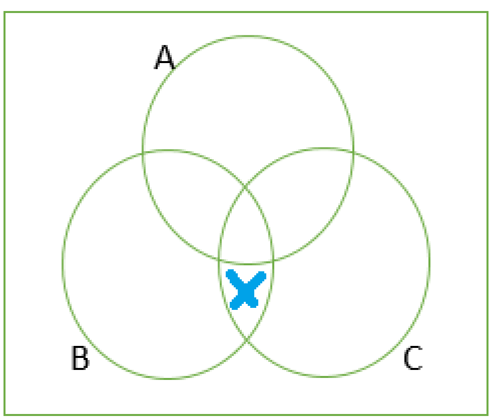


-Todos son no cientificos.
-Nadie es cientifico.
-Ninguno es cientifico.
-No hay cientificos.

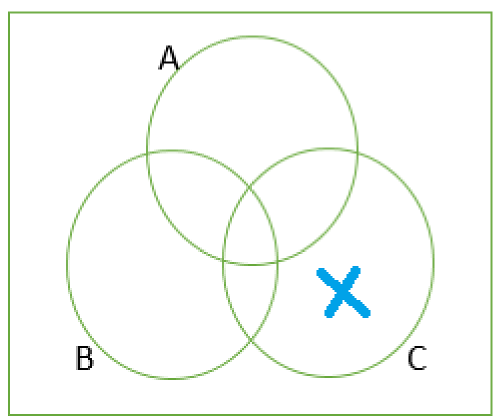


-Todos son buscadores de la verdad.
-No hay quien no sea buscador de la verdad.

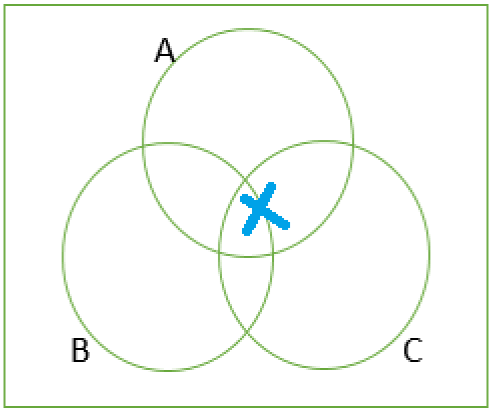
El diagrama debería facilitar el entender lo que las proposiciones categóricas están postulando, de forma similar para las proposiciones particulares debemos colocar una x para indicar la existencia de al menos un individuo en cada sección, esto para representar las formas I y O que no aplican tajantemente sobre las secciones. Si no queda claro a que sección pertenece el individuo, se procura colocar la marca entre las secciones posibles para el mismo, a continuación algunos ejemplos:



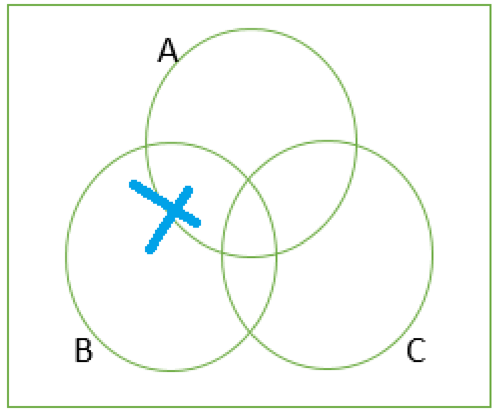
-Algún cientifico buscador de la verdad no es matematico.
-Algún buscador de la verdad cientifico no es matematico.



Algún cientifico no es buscador de la verdad ni es matematico.

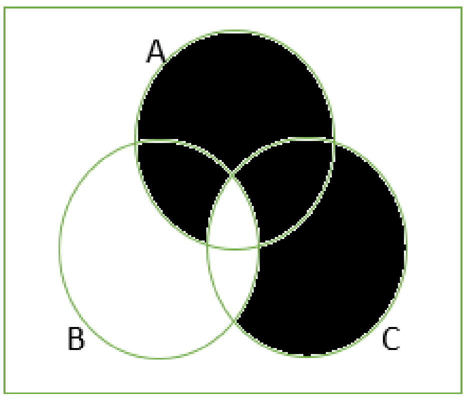


-Algúnos cientificos son matematicos.
-Algúnos matematicos son cientificos.

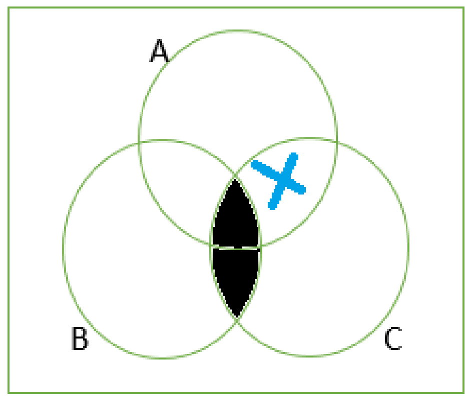


-Algún buscador de la verdad no es cientifico.

Quede claro que podemos poner una restricción sobre otra para generar diferentes diagramas, por ejemplo:



Premisas:
-Todos los matematicos son cientificos.
-Todos los cientificos son buscadores de la verdad.
Conclusión posible:
-Todos los matematicos son buscadores de la verdad



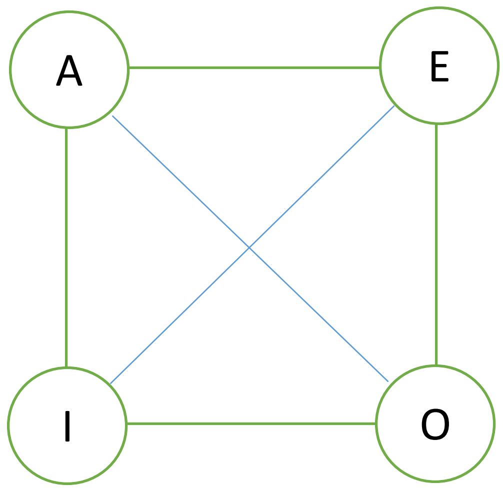
Premisas:
-Ningun cientifico es buscador de la verdad.
-Algún matematico es cientifico.
Posible conclusión:
-Algun matematico no es buscador de la verdad.

Usar de esta forma los diagramas facilita la obtención de conclusiones intuitivas, en particular los silogismos de Aristóteles pueden explicarse con este método. Además los diagramas pueden proveer más de una conclusión y hacer uso de más de dos premisas, lo que implica que este método es más general y preciso que los diecinueve de Aristóteles. La generosidad de este método se paga con dificultad de comprensión pero se compensa con menor esfuerzo de memoria. En consecuencia se recomienda tomar tiempo para acostumbrarse a la forma de representar diversas proposiciones en el diagrama así como reflexionar y entrenarse en la interpretación de los diagramas para obtener conclusiones válidas para la lógica de predicados.

Actividad **Sesión VIII.**

Ubica donde corresponda cada uno de los siguientes conceptos en el cuadro de oposición:

a) Universal afirmativo
b) Universal negativo
c) Particular afirmativo
d) Particular negativo
e) Contrarias
f) Subcontrarias
g) Subalternas (x2)
h) Contradictorias (x2)



Representa en cada diagrama de Venn los siguientes argumentos de lógica categórica y determina la validez en los siguientes problemas:

Todos los animales mueren.

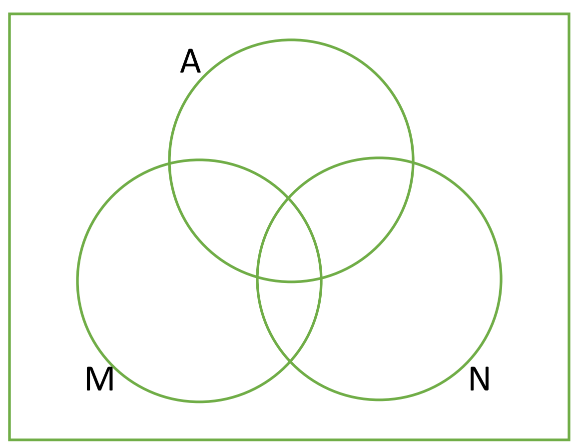
Todos los mamíferos son animales.

Por lo tanto: Todos los mamíferos mueren.

A: Animales.

M: Mamíferos.

N: Seres que mueren.



a) Es un argumento valido
b) Es un argumento invalido

Todos los políticos son corruptos.

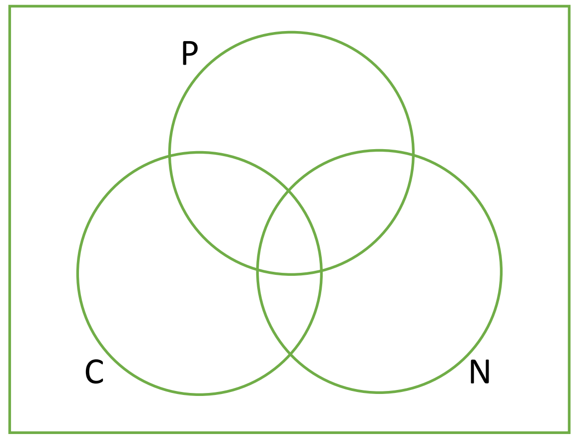
Algunos corruptos tienen dinero.

Por lo tanto: Algunos políticos tienen dinero.

P: Políticos.

C: Corruptos.

N: Seres que tienen dinero.



c) Es un argumento valido
d) Es un argumento invalido

Ningún mentiroso es honesto.

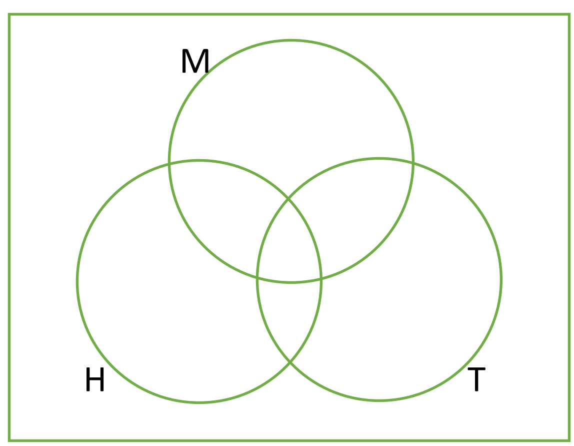
Algunos mentirosos son tramposos.

Por lo tanto: Algunos tramposos no son honestos.

M: Mentirosos.

H: Honestos.

T: Tramposos.



e) Es un argumento valido
f) Es un argumento invalido

Las 19 reglas de la Lógica proposicional

Lista de reglas de inferencia

1 Modus Ponens (M.P.)

$p \rightarrow q$
p
$\therefore q$

2 Modus Tollens (M.T.)

$p \rightarrow q$
$\neg q$
$\therefore \neg p$

3 Silogismo Hipotético (S.H.)

$p \rightarrow q$
$q \rightarrow r$
$\therefore p \rightarrow r$

4 Silogismo Disyuntivo (S.D.)

$p \vee q$
$\neg p$
$\therefore q$

5 Dilema Constructivo (D.C.)

$p \rightarrow q$
$r \rightarrow s$
$p \vee r$
$\therefore q \vee s$

6 Dilema Destructivo (D.D.)

$p \rightarrow q$
$r \rightarrow s$
$\neg q \vee \neg s$
$\therefore \neg p \vee \neg r$

7 Simplificación (Simp.)

$p \,\&\, q$
$\therefore p$

8 Conjunción (Conj.)

p
q
$\therefore p \,\&\, q$

9 Adición (Ad.)

p
$\therefore p \vee q$

Lista de reglas de equivalencia

10 Leyes de De Morgan (D.M.)

$\neg(p \,\&\, q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$
$\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \,\&\, \neg q)$

11 Conmutación (Conm.)

$(p \,\&\, q) \equiv (q \,\&\, p)$
$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$
$(p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$

12 Asociación (Asoc.)

$[(p \,\&\, q) \,\&\, r] \equiv [p \,\&\, (q \,\&\, r)]$
$[(p \vee q) \vee r] \equiv [p \vee (q \vee r)]$

13 Distribución (Dist.)

$[p \,\&\, (q \vee r)] \equiv [(p \,\&\, q) \vee (p \,\&\, r)]$
$[p \vee (q \,\&\, r)] \equiv [(p \vee q) \,\&\, (p \vee r)]$

14 Doble negación (D. N.)

$p \equiv \neg\neg p$

15 Contraposición (Contr.)

$(p \rightarrow q) \equiv (\neg q \rightarrow \neg p)$

16 Implicación Material (I. M.)

$(p \rightarrow q) \equiv \neg p \vee q$

17 Equivalencia Material (E. M.)

$(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \,\&\, (q \rightarrow p)]$
$(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \,\&\, q) \vee (\neg p \,\&\, \neg q)]$

18 Exportación (Exp.)

$[(p \,\&\, q) \rightarrow r] \equiv [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

19 Idempotencia (Idem.)

$p \equiv (p \vee p)$
$p \equiv (p \,\&\, p)$